Université Paris 7
Analyse Numérique Matricielle
Module Ma 150 **Mercredi 3 Octobre 2007**

Fractales

---

(1) Essayez la commande: `linspace(1,5,20)`. Faire varier les paramètres pour comprendre que fait `linspace` (on pourra aussi utiliser l'aide en ligne).

(2) Nous allons tracer des fonctions de deux variables. Pour cela, nous allons stocker les valeurs de la fonction dans une matrice et tracer la matrice à l'aide de la commande `Matplot`. Par exemple, le programme suivant calcule les valeurs de $f(x, y) = 2 * x + 3 * y$ sur le carré $[x_1, x_2] \times [y_1, y_2]$.

```
function A=monplot(x1,x2,y1,y2,precision)
  A=zeros(precision,precision);
  X=linspace(x1,x2,precision);
  Y=linspace(y2,y1,precision);
  i=1;
  j=1;
  for i=1:precision
    for j=1:precision
      A(i,j)=2*X(i)+3*Y(j);
    end
  end
endfunction
```

Essayez `A=monplot(1,10,1,10,100)` suivi de `Matplot(A)`. Préciser le rôle des différents paramètres.

(3) De la même manière que précédemment, tracez la courbe $f(x, y) = x^2 + y^2$ sur le carré $[-1, 1] \times [-1, 1]$.

(4) Nous voulons maintenant étudier la suite récurrente d'ordre 1 donnée par:

$$z_{n+1} = z_n^2 + c$$

Où c est un paramètre (complexe) et z_0 est un nombre complexe. Étudiez ses points critiques. Combien y en a t'il ?

(5) Montrez que si il existe un nombre $\varepsilon > 0$ et un entier n tel que $|z_n| = max(2, |c|) + \varepsilon$, alors

$$|z_{n+1}| \geq |z_n|(1 + \varepsilon)$$

(6) Montrer que si $\exists\, p$ tel que $|z_p| > max(2, |c|)$ alors $|z_n| \to +\infty$

(7) Programmer une fonction `jul1(z0,c,maxiter)` où z_0 est le premier élement de la suite $(z_n)_n$. Cette fonction doit rendre:
- 1 si $\exists p \leq maxiter$ tel que $|z_p| > max(2, |c|)$
- 2 sinon

Tester cette fonction avec $c = 0$, $maxiter = 100$ et différents z_0.

(8) Programmer une fonction `julia(x1,x2,y1,y2,precision,c,maxiter)` qui rend dans une matrice le résultat de la fonction `jul1(z0,c,maxiter)` pour différents $z_0 = x + iy$, la partie réelle x variant dans $[x_1, x_2]$, et la partie imaginaire dans $[y_1, y_2]$. On s'inspirera du programme de **(1)**.

(4e) Tracer à l'aide de `Matplot` le résultat pour `julia(-1,1,-1,1,50,0,100)`? Était-ce prévisible? Que devient le résultat quand on remplace 0 par $c = 0,3 + 0,2i$? Était-ce prévisible? Augmenter si possible la précision et `maxiter` pour mieux voir les détails.

(9) Nous supposerons maintenant que $z_0 = 0$ est donné et nous faisons varier c. Programmer une fonction `mandelbrot(x1,x2,y1,y2,precision,maxiter)` qui rend dans une matrice le résultat de la fonction `jul1(0,c,maxiter)` pour différents $c = x + iy$.

(10) Essayer `mandelbrot(-2,1,-1,1,200,150)`. Qu'obtenez-vous? (Si le calcul prends trop de temps on pourra réduire la précision) Connaissez vous cette figure? Était-ce prévisible?