

Site : ☐ Luminy ☐ St-Charles ☐ St-Jérôme ☐ Cht-Gombert ☐ Aix-Montperrin ☐ Aubagne-SATIS

Sujet session de : ☐ 1^{er} semestre - ☐ 2^{ème} semestre - ☐ Session 2

Durée de l'épreuve : 2 heures

Examen de : ☐ L1/☐ L2/☐ L3 - ☐ M1/☐ M2 - ☐ LP - ☐ DU Nom diplôme : Licence Physique Chimie

Code Apogée du module : SPC1U1TA Libellé du module : Mathématiques 1

Document autorisé : ☐ OUI - ☐ NON

Calculatrices autorisées : ☐ OUI - ☐ NON

Exercice 1. *Soit le nombre complexe*

$$\omega = 1 - \sqrt{3}i.$$

1. Déterminer l'écriture exponentielle de ω .
2. Calculer ω^{2013} .
3. En utilisant l'écriture algébrique, calculer les racines carrées complexes de ω .
4. En utilisant l'écriture exponentielle, calculer les racines carrées complexes de ω .

Exercice 2. *Soit f la fonction définie sur $] -\infty, 1[\cup]1, +\infty[$ par*

$$f(x) = x^2 + \arctan\left(\frac{1+x}{1-x}\right) - \arctan(x).$$

1. Rappeler l'expression de la dérivée de la fonction g définie par

$$g(x) = \arctan(u(x))$$

où u désigne une fonction dérivable.

2. Démontrer que pour tout $x \in] -\infty, 1[\cup]1, +\infty[$

$$f'(x) = 2x.$$

3. Déterminer la valeur $f(0)$.
4. Que vaut la fonction f sur l'intervalle $] -\infty, 1[$?
5. Rappeler la limite de la fonction $\arctan$ en $+\infty$.
6. Déterminer la limite de $f(x) - x^2$ quand x tend vers $+\infty$.
7. Que vaut la fonction f sur l'intervalle $]1, +\infty[$?

Exercice 3. Calculer les intégrales suivantes

1. $\int_0^2 (1+x) \exp(-x) dx$ en effectuant une intégration par parties.
2. $\int_0^{\sqrt{2}/2} \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$ en effectuant le changement de variables $x = \cos(u)$.
3. $\int_0^\pi -\sin(x) \exp(\cos(x)) dx$.

Exercice 4. On considère la fonction réelle à deux variables réelles f définie par

$$f(x, y) = x \ln(y).$$

1. Déterminer l'ensemble de définition de f .
2. Étudier la différentiabilité de f .
3. Déterminer l'expression de la différentielle de f en (x, y) .
4. Déterminer $\overrightarrow{\text{grad}}(f)$.
5. Désormais, on pose

$$\begin{cases} x(u, v) &= u + 2v \\ y(u, v) &= -2u + v \end{cases}$$

On définit ainsi une nouvelle fonction g en posant

$$g(u, v) = f[x(u, v), y(u, v)].$$

- (a) Déterminer l'expression de g en fonction des variables u et v , puis en déduire $\frac{\partial g}{\partial u}$.
- (b) Calculer d'une autre façon $\frac{\partial g}{\partial u}$.