Université de Paris | Année 2020-2021
L3BI, M1BI, M1ISDD | Algorithmique 1

DM 2

Exercice 1 : Classes de complexité

Confirmer ou réfuter les affirmations suivantes en justifiant :

i) $10^9 n^2 + 100 \in \Theta(10^{-9} n^2)$,
ii) $n^2 \log(n) \in O(n(\log(n))^2)$,
iii) $(n^2+1)(2n-3)n \in \Theta(n^4)$,
iv) $2^{(n^2)} \in O(2^{(n^2-n)})$.

Exercice 2 : Primalité

Décrire un algorithme permettant de tester si un entier naturel n est premier en $O(n)$. Abaisser la complexité à $O(\sqrt{n})$.

Exercice 3 : Calcul de médiane

On rappelle que la médiane d'une série finie de réels $(a_i)_{1 \le i \le n}$ est un réel m tel que au moins la moitié des a_i soient supérieurs ou égaux à m et la moitié des a_i soient inférieurs ou égaux à m. On suppose qu'une telle série $(a_i)_{1 \le i \le n}$ est stockée dans un tableau `tab`.

1. Sachant qu'il est possible de trier un tableau en $\Theta(n \log(n))$, décrire un algorithme permettant de calculer la médiane se basant sur un tri, et calculer sa complexité.
2. Supposons que les a_i soient des entiers dans l'intervalle $[0, k]$ pour un $k \in \mathbb{N}$. Décrire un algorithme en $O(n \log(k))$ basé sur une dichotomie pour calculer la médiane.
3. En supposant encore que les a_i sont des entiers dans l'intervalle $[0, k]$ pour un $k \in \mathbb{N}$, décrire un algorithme en $O(n + k)$ pour calculer la médiane. Cet algorithme utilisera un tableau auxiliaire.

Remarque : il existe un algorithme en $O(n)$ pour calculer la médiane, mais il est assez compliqué à décrire.