

RÉSOLUTION EN SOLITONS DE L'ÉQUATION DE SZEGŐ CUBIQUE SUR LA DROITE

SANDRINE GRELLIER
UNIVERSITÉ D'ORLÉANS

Il y a une quinzaine d'années, Patrick Gérard et moi avons introduit l'équation de Szegő cubique comme modèle jouet d'une équation d'évolution sans dispersion sur le tore. L'analyse sur la droite réelle a ensuite été menée en grande partie par O. Pocovnicu. L'équation est donnée par

$$\begin{cases} i\partial_t u &= \Pi(|u|^2 u), & u = u(x, t), \quad x \in \mathbb{R}, t \in \mathbb{R} \\ u(x, 0) &= u_0(x). \end{cases}$$

Ici, Π désigne le projecteur de Szegő qui envoie $L^2(\mathbb{R})$ dans l'espace de Hardy des traces $L^2(\mathbb{R})$ des fonctions holomorphes du demi-plan supérieur. Il s'est avéré que cette équation, comme celle sur le tore, est complètement intégrable et présente une dynamique inattendue. En utilisant la complète intégrabilité, S.Pushnitiski et P. Gérard ont établi une formule explicite analogue à celle du tore qui permet de comprendre la dynamique des solutions. Ici, on s'intéresse au comportement en temps long des solutions dans l'espace d'énergie. On montre un nouveau phénomène généralisant la résolution en solitons connue usuellement pour certaines équations.

Dans l'exposé, je m'attacherai à expliquer le rôle fondamental joué par l'analyse spectrale des opérateurs donnant l'intégrabilité de l'équation de Szegő cubique.

D'après une collaboration avec Patrick Gérard.