

Interrogation 1

1. On suppose que N est une norme sur $\mathbb{R}^n$ ($n \geq 1$). Soit $\alpha > 0$. Montrer que $\alpha N : x \mapsto \alpha N(x)$ est une norme sur $\mathbb{R}^n$.
2. Soit N et N' deux normes sur $\mathbb{R}^n$. Montrer que $\max\{N, N'\} : x \mapsto \max\{N(x), N'(x)\}$ est une norme sur $\mathbb{R}^n$.
3. Si on note B_N la boule unité de $\mathbb{R}^n$ pour la norme N et $B_{N'}$ la boule unité de $\mathbb{R}^n$ pour la norme N' , montrer que $B_N \cap B_{N'}$ est la boule unité de $\mathbb{R}^n$ pour la norme $\max\{N, N'\}$.

4. Dans $\mathbb{R}^2$, dessiner (au dos de la feuille) la boule unité pour la norme $\max\{N_\infty, \frac{2}{3}N_1\}$.