

**LABORATOIRE JACQUES-LOUIS LIONS
DE L'UNIVERSITÉ PIERRE ET MARIE CURIE,
UNITÉ MIXTE DE RECHERCHE UMR 7598
DU CENTRE NATIONAL DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE.**

Jean-Yves CHEMIN
Téléphone (33 1) 44 27 71 98
Adresse électronique :
chemin@ann.jussieu.fr

Case 187,
UNIVERSITÉ PARIS VI
4 PLACE JUSSIEU
75 252 PARIS CEDEX 05
Téléphone (33 1) 44 27 42 98
Télécopie (33 1) 44 27 72 00

Paris, le 15 mars 2007,

**Rapport sur l'habilitation à diriger des recherches
de Sylvie Monniaux**

L'habilitation à diriger des recherches de Sylvie Monniaux se compose de neuf articles parus ou à paraître dans d'excellentes revues et de trois prépublications.

Les travaux de Sylvie Monniaux se divisent en deux parties: l'une dévolue à l'étude du problème dit de la régularité maximale et l'autre dévolue à l'étude des équations de Navier-Stokes incompressible, surtout pour des fluides tridimensionnels délimités par des domaines dont le bord est lipschitzien.

Je ne suis pas un spécialiste de la théorie des semi-groupes, mais il est visible que Sylvie Monniaux a su améliorer de façon substantielle des résultats établis par des grands noms du sujet.

Ce que j'apprécie particulièrement dans la démarche de Sylvie Monniaux, c'est qu'elle a su élargir son spectre scientifique avec la volonté d'appliquer sa très grande maîtrise de l'analyse fonctionnelle à un problème "concret": celui des équations de Navier-Stokes tridimensionnelles dans des domaines lipschitziens.

Son premier travail dans ce domaine est un très joli article sur l'unicité des solutions de l'équation de Navier Stokes dans un domaine borné à bord lipschitzien Ω paru au *Journal of Functional Analysis* en 2002. Sylvie Monniaux démontre dans ce travail l'unicité des solutions continues à valeurs $L^3(\Omega)$. Ce problème, qui est resté longtemps ouvert, a été résolu par G. Furioli, P.-G. Lemarié-Rieusset et E. Terraneo en 2000 dans le cas de \mathbb{R}^3

(une autre démonstration ayant été fournie par P.-L. Lions et N. Masmoudi toujours dans ce même cadre). La généralisation au cas d'un domaine borné, lipschitzien de surcroît, est loin d'être anecdotique. En effet, dans le cas de l'espace entier (ou des conditions aux limites périodiques), la projection sur les champs de vecteurs à divergence nulle est un multiplicateur de Fourier homogène de degré 0 et donc commute avec les dérivations. Ce n'est évidemment plus le cas dans un domaine borné. Pour surmonter cette difficulté, Sylvie Monniaux démontre de superbes résultats de régularité sur l'équation de Stokes, l'un avec un terme de forçage sur le bord, l'autre avec des conditions de Dirichlet.

Dans l'article "The regularity of the Stokes operator and the Fujita-Kato approach to the Navier-Stokes initial value problem in Lipschitz domain", écrit en collaboration avec M. Mitrea, Sylvie Monniaux décrit de façon très fine les propriétés de régularité de l'opérateur de Stokes stationnaire dans un domaine borné à bord lipschitzien. Il s'agit d'un très beau travail, qui contient notamment une analyse subtile du domaine de $A^{\frac{3}{2}}$ lorsque A est l'opérateur de Stokes associé à un domaine borné lipschitzien avec condition de Dirichlet. Sous la condition "uniform exterior ball", les auteurs démontrent notamment une très belle inclusion du domaine de $A^{\frac{3}{2}}$. Il s'agit de résultats proches de résultats antérieurs de D. Jerison et C. Kenig. Ceci nécessite une excellente maîtrise des techniques d'analyse fonctionnelle ainsi qu'une compréhension subtile du problème de Stokes, la difficulté par rapport au problème de Laplacien tient beaucoup au fait que l'on doit en même temps gagner de la régularité du champ des vitesses u et le gradient du champ de pression Π .

Conclusion

Ces deux exemples de travaux illustrent parfaitement les très grandes qualités de l'ensemble des travaux de Sylvie Monniaux qui utilisent avec brio sa très grande connaissance de l'analyse fonctionnelle pour étudier l'équation de Navier-Stokes. Sylvie Monniaux est une mathématicienne d'une grande force technique qui a su développer son œuvre avec goût et originalité. Il s'agit d'une excellente habilitation.



Jean-Yves Chemin