Université Paris7 -Denis Diderot
Licence d'informatique
U.V Algorithmique

Examen

lundi 22 janvier 2001
Durée: 3 heures

Les algorithmes devront être écrit clairement en français ou en Java.

On définit la hauteur d'un arbre par la hauteur du noeud k de plus grande hauteur $h(k)$ et la hauteur d'un noeud par

- si k est la racine alors $h(k) = 1$
- si k est un fils de k'' alors $h(k) = h(k') + 1$

Exercice 1.— On suppose qu'un arbre est représenté par un tableau $pere$ ($pere[i]$ indique que le père du noeud i est le noeud j, par convention pour la racine r de l'arbre $pere[r] = -1$).

Donner (et justifier) un algorithme linéaire (par rapport au nombre de sommet) qui calcule la hauteur de l'arbre.

Exercice 2.— On considère des arbres binaires dont les noeuds contiennent des entiers constitués de p bits. On numérote les bits de gauche à droite. $B_i(x)$ représente la valeur du $i$ème bit en partant de la gauche de x.

On étudie les arbres AD tels que pour tout noeud de hauteur h de l'arbre, tous les noeuds de son sous arbre gauche ont leur h ème bit à 0, et tous les toutes les noeuds de son sous arbre droit ont leur h ème bit à 1.

Donner des algorithmes et évaluer leurs complexités pour:

1. Vérifier si un noeud d'un arbre AD contient une valeur donnée
2. Insérer une nouvelle valeur dans un arbre AD
3. Supprimer un élément de l'arbre AD

Exercice 3.— Des billets et de pièces de monnaie d'un pays X ont les valeurs suivantes $\{100, 50, 20, 10, 5, 2, 1\}$ On désire payer une somme S ($S \in \mathcal{N}$) avec le moins de billets et pièces possibles. Donner (et prouver) un algorithme glouton qui résout ce problème. Cet algorithme peut il être utilisé pour un pays Y dont l'ensemble des billets et des pièces est : $\{100, 50, 25, 10, 5, 2.5, 1\}$?