Algorithmique
TD4. Semaine du 29/10/2001

Exercice 1

On se donne un tableau de longueur N d'éléments x, et une fonction `couleur` qui associe à chaque élément x une couleur codée par un nombre compris entre 1 et k : par exemple bleu=1, jaune=2, rouge=3, etc. On cherche à réarranger le tableau de manière à ce que les éléments de même couleur soient regroupés ensemble.

1. En supposant que l'on peut déclarer de nouveaux tableaux, écrire un pseudo-code de cet algorithme. Quelle est sa complexité ?

2. Réécrire cet algorithme en supposant à présent qu'aucun nouveau tableau ne peut être déclaré: les seules opérations autorisées sont les échanges de deux éléments du tableau, et les tests de la couleur d'un élément.

Exercice 2

Soit k un entier fixé. On considère une liste d'entiers L à n éléments, dont chaque élément est compris entre 1 et k. Le *tri par dénombrement* de L consiste à déclarer un tableau d'entiers Tab de longueur k, dont toutes les entrées seront initialisées à 0, puis à parcourir L élément par élément. A chaque fois que l'entier p est rencontré dans la liste, l'entrée p du tableau est incrémentée de 1.

	1	2	3	4	5	6	7
L	3	2	7	3	7	7	4

	1	2	3	4	5	6	7	8
Tab	0	1	2	1	0	0	3	0

exemple pour $k = 8$, $n = 7$.

Une fois L parcourue, l'entrée i du tableau contient le nombre d'occurrences de i dans L, et ce pour chaque $i \in [1 \dots k]$. Noter que si l'accès à chaque entrée du tableau se fait en temps constant, ce tri est en $\Theta(n)$.

Dans cet exercice, nous supposerons que le temps d'accès à la case i du tableau est linéaire en i. On fera pour simplifier l'hypothèse suivante:

> le temps d'accès à la case i prend le temps i. Toute autre opération est considérée comme prenant un temps negligeable.

Le but est de calculer, avec cette hypothèse, le coût en moyenne du tri par dénombrement.

1. Calculer, en fonction de n, le coût du tri dans le meilleur et dans le pire des cas.
2. Montrer que pour $n = 1$, le coût moyen est égal à $\frac{k+1}{2}$.
3. En déduire que le coût moyen est égal à $\frac{n(k+1)}{2}$.