Exercice 1. Déterminer une équation cartésienne :

1. du plan $\mathcal{P}_1$ passant par $A(1,1,0)$, $B(0,2,2)$ et $C(3,0,3)$;

2. du plan $\mathcal{P}_2$ passant par A et parallèle au plan d'équation $3x-5y+7z+3=0$;

3. de la droite $\mathcal{D}_1$ passant par B parallèle aux plans $\mathcal{P}_1$ et $\mathcal{P}_2$.

4. Déterminer un vecteur directeur de la droite $\mathcal{D}_2$ intersection des plans $\mathcal{P}_1$ et $\mathcal{P}_2$.

Exercice 2. Déterminer les coordonnées du projeté orthogonal de du point $A(1,2,3)$ sur :

1. le plan $\mathcal{P}$ d'équation $3x-3y+2z+19=0$;

2. la droite $\mathcal{D}$ passant par $B(-8,10,3)$ et de vecteur directeur $u(-1,3,1)$.

Exercice 3. **1.** Déterminez un système d'équation de la droite Δ passant par $A = (1,-1,2)$ et coupant les droites :

$$\mathcal{D}_1 \left\{ \begin{array}{rcl} 2x-y+3z-1 & = & 0 \\ x+2y+z+2 & = & 0 \end{array} \right. \text{ et } \mathcal{D}_2 \left\{ \begin{array}{rcl} x-y+z+3 & = & 0 \\ x+2y+5z+1 & = & 0 \end{array} \right. .$$

2. Déterminer la distance entre les droites $\mathcal{D}_1$ et $\mathcal{D}_2$.

Exercice 4. On considère dans l'espace affine euclidien de dimension 3 les points

$$A = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 0 \\ 6 \\ 0 \end{pmatrix} \quad D = \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ 7 \end{pmatrix}.$$

Caculer le volume du tétraèdre ABCD.

Exercice 5. Montrer que les plans médiateurs d'un tétraèdre concourent au centre de sa sphère inscrite.

Exercice 6. Soit $ABCDA'B'C'D'$ un cube, I, J et K les milieux respectifs de $[AB]$, $[B'C']$ et $[DD']$. Dessiner l'intersection du plan IJK avec le cube. Montrer que c'est un hexagone régulier.

Exercice 7. Soit $SABCD$ une pyramide dont la base $ABCD$ est un quadrilatère convexe non-dégénéré quelconque. Soit $E \in]SA[$ et $F \in]SB[$. Dessiner l'intersection de la pyramide avec le plan parallèle à (SC) et passant par E et F.

Exercice 8. (Perspective cavalière)

Une image en perspective cavalière d'une partie de $\mathbb{R}^3$ est la projection de cette partie sur un plan parllèlement à une droite.

1. Montrer que les projections conservent le parallélisme et le rapport des longueurs sur une droite donnée.

2. Montrer qu'elles ne conservent pas l'orthogonalité, ni l'égalité des longueurs de directions différentes.

3. Dessiner les cinq polyèdres réguliers en perspective cavalière.

Exercice 9. (Perspective fuyante)

Notre œil étant un point, pour représenter sur une feuille de papier ce qu'il voit il faut projeter l'espace à trois dimension sur un plan par rapport à un point.

Soit $\mathcal{F}$ un plan et O un point de l'espace n'appartenant pas à $\mathcal{F}$. Le projeté d'un point M sur $\mathcal{F}$ par rapport à O est l'intersection de la droite (OM) avec $\mathcal{F}$.

1. Pour quels points de l'espace ce projeté est-il défini ?

2. Montrer que le projeté d'une droite est une droite.

3. Montrer que des droites parallèles se projètent en des droites concourantes (en un « point de fuite ») ou en des droites parallèles. Préciser les conditions où ces deux cas se produisent.

4. Montrer que l'ensemble des directions contenues dans un plan ont leur points de fuites sur une même droite (cette droite des points de fuite est appelée « horizon » quand le plan est horizontal).

5. Dessiner un cube en perspective fuyante. (On choisira une ligne d'horizon horizontale sur la feuille, un point de fuite pour la perpendiculaire à la feuille, et un point de fuite pour les lignes horizontales formant un angle à 45^o).