Exercice 1. **1.** Mettre sous forme exponentielle et placer dans le plan : $2+2i$, $3-3i$, $\dfrac{1-e^{i\frac{\pi}{3}}}{2+2i}$, $(\sqrt{3}-3i)^5$, les solutions de $1+z+z^2=0$, $1+z+z^2+z^3=0$ et $z^2-\sqrt{6}z+3=0$.

2. Soit $\theta \in \mathbb{R}$ et n un entier, calculer $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} \cos k\theta$. Pour quelles valeurs de θ cette somme converge-t'elle ?

Exercice 2. Soit $j = e^{\frac{2i\pi}{3}}$.

1. Montrer que $1+j+j^2=0$.

2. Montrer que $\bar{j} = j^2$.

3. Soit $z_0 = 1+i$, $z_1 = jz_0$ et $z_2 = j^2 z_0$ et M_0, M_1 et M_2 les points d'affixes z_0, z_1 et z_2 respectivement. Montrer que $M_1M_2M_3$ est un triangle équilatéral.

4. Soit A, B et C trois point du plan. Montrer que ABC est un triangle équilatéral si, et seulement si, $\frac{z_C-z_A}{z_B-z_A} = -j$ ou $-\bar{j}$.

5. Montrer que les trois points dont les affixes sont les solutions de l'équation $z^3-12z^2+48z-128=0$ sont les sommets d'un triangle équilatéral.

6. Montrer que $-j$ est une racine 6e de l'unité.

Exercice 3. **1.** Calculer $\cos\frac{\pi}{8}$ et $\sin\frac{\pi}{5}$.

2. Donner les modules et arguments des solutions de l'équation $z^2-6\cos\frac{\pi}{6}z+9=0$. Calculer $\cos\frac{\pi}{6}$.

Exercice 4. Soit z une racine de $z^2-z+1=0$, calculer $z^{99}+\bar{z}^{99}$.

Exercice 5. **1.** Pour quelles valeurs de z les points d'affixes 1, z et $1+z^2$ sont-ils alignés ?

2. Pour quelles valeurs de z les points d'affixes 1, z, $z+1$ et $1+z^2$ sont-ils cocycliques ?

3. Pour quelles valeurs de z le triangle formé par les points d'affixes 1, $z+1$ et z^2 est-il rectangle ?