Ni calculatrices, ni documents. 1 heure 30.

Exercice I. (Cours, 6 points) Énoncer et démontrer l'inégalité de CAUCHY-SCHWARZ

Exercice II. Calculer en précisant le domaine de validité

1. $\int \frac{1}{x^2 - 1} dx$

2. $\int \arcsin x dx$

3. $\int xe^x dx$

Exercice III. 1. Montrer que l'intégral $I = \int_{-1}^1 \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$ est convergente.

2. Montrer que $I = \pi$

3. En utilisant les sommes de Riemann, montrer que

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=0}^{k=n-1} \frac{2}{\sqrt{n^2 - k^2}} = \pi.$$

Exercice IV. On veut donner une valeur approchée de $\int_1^2 \frac{dx}{x}$.

1. En prenant une subdivision avec 3 intervalles ($n = 3$), donner les valeurs obtenues par les méthodes des rectangles, des trapèzes et de SIMPSON

2. Donner une majoration de l'erreur pour la méthodes des rectangles.