

Exercice I. Calculer :

1. $\int_0^2 \frac{dx}{x^2+4}$, 2. $\int_2^3 x \ln(x^2 - 3) dx$, 3. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos(3x - \frac{\pi}{6}) dx$, 4. $\int_1^3 \sqrt{6t - t^2 - 5} dt$.
5. $\int_{-1}^1 (x^2 - 2x)e^x dx$, 6. $\int_0^3 \theta^2 \sin 3\theta d\theta$, 7. $\int_0^1 \arcsin t dt$, 8. $\int_0^b \ln(1 + x^2) dx$.

Exercice II. Calculer en précisant le domaine de validité

1. Pour $a > 0$, $\int \frac{dx}{a^2 - x^2} dx$, 2. $\int (e^x - 1)^2 dx$, 3. $\int \frac{\sin^3 x}{\sqrt{\cos x}}$, 4. $\int \arccos x dx$
5. $\int (\ln x)^2 dx$, 6. $\int \frac{x}{\cos^2 x} dx$, 7. $\int 3^{\sqrt{2t+1}} dt$, 8. $\int \frac{1}{x(x^2+1)^3} dx$
9. $\int \frac{1}{e^x+1}$, 10. $\int \sin^2 x$, 11. $\int \frac{x^2}{\sqrt{1-x^2}} dx$, 12. $\int \frac{e^{2t}}{1+e^{3t}}$, 13. $\int \frac{\sin 2t}{\cos 3t}$.

Exercice III. Donner toutes les primitives des fonctions

1. $x \mapsto |x|$, 2. $x \mapsto \frac{1}{x}$, 3. $x \mapsto 3|2x - 3|$, 4. $x \mapsto \begin{cases} x & x < 0 \\ \sin x & x \geq 0 \end{cases}$.

Exercice IV. Étudier la dérivabilité des fonctions :

1. $x \mapsto \begin{cases} x^3 \cos x & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$, 2. $x \mapsto \begin{cases} e^{\frac{1}{x}} & x < 0 \\ 0 & x \geq 0 \end{cases}$, 3. $x \mapsto \begin{cases} \sin^2 x \cos \frac{1}{x} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$

Exercice V. Loi de Kepler Soit $a, b > 0$

1. Calculer l'aire limitée par l'ellipse d'équation $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$
2. La terre décrit par rapport au soleil une ellipse dont le soleil est l'un des foyers. La loi des aires de KEPLER dit que l'aire balayée par un rayon allant du soleil à la terre pendant une période donnée est constante. Déterminée la vitesse angulaire de la terre autour du soleil (on introduira les constantes utiles).