
Résolution de systèmes linéaires

Exercice 1. Donner l'ensemble des solutions des systèmes suivants (s'ils en admettent) :

a)
$$\begin{cases} x + y = 2 \\ x - y = 4 \end{cases}$$

c)
$$\begin{cases} 2x + 3y = 1 \\ 3x - 4y = 10 \end{cases}$$

e)
$$\begin{cases} 2x + 3y = 3 - x \\ x + 4y = -y \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} 2x + 3y = 1 \\ x + y = 0 \end{cases}$$

d)
$$\begin{cases} x + y = 1 \\ 3x + 3y = 2 \end{cases}$$

f)
$$\begin{cases} x + 2y = 1 \\ -2x - 4y = -2 \end{cases}$$

Exercice 2. Chez une souris, on a prélevé un échantillon de 1,35 mg de tissu cérébral lésé par un AVC et on cherche à déterminer x le nombre de cellules mortes par apoptose dans ce tissu (on parle de cellule apoptotique).

On appellera y le nombre de cellules mortes par nécrose (on parle de cellules nécrotiques). On sait que toutes les cellules sont mortes par nécrose ou par apoptose et qu'un gramme de tissu cérébral contient 10^9 cellules.

On marque ensuite les cellules et on mesure une fluorescence totale de 26,73. La fluorescence totale est la somme des fluorescences émises par chaque cellule. On sait qu'une cellule apoptotique marquée produit une fluorescence de $2,1 \cdot 10^{-5}$ et qu'une cellule nécrotique marquée produit une fluorescence de $1,7 \cdot 10^{-5}$.

Déterminer la proportion de cellules apoptotiques en pourcentage.

Exercice 3. En fonction de $\alpha \in \mathbb{R}$ un paramètre fixé, donner l'ensemble des solutions des systèmes suivants :

a)
$$\begin{cases} x + y = 1 - 3\alpha \\ x - 3y = \alpha \end{cases}$$

e)
$$\begin{cases} (1 - \alpha)x + (1 + \alpha)y = 2 \\ x + 3y = -1 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} x + \alpha y = 2 \\ 3x + 2y = 3 \end{cases}$$

f)
$$\begin{cases} (1 - \alpha^2)x + (1 + \alpha)y = 0 \\ (1 - \alpha)x + y = 1 \end{cases}$$

c)
$$\begin{cases} (1 - \alpha)x + y = 1 \\ 3x + 2y = -1 \end{cases}$$

g)
$$\begin{cases} (1 + \alpha)x + (2 - \alpha)y = 0 \\ x + y = 0 \end{cases}$$

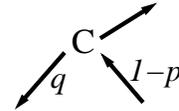
d)
$$\begin{cases} x + \alpha y = 1 \\ 4x + y = 4 \end{cases}$$

Exercice 4. Donner l'ensemble des solutions (s'il en existe) des systèmes suivants :

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \begin{cases} x + 2y + z = 3 \\ y + z = 4 \\ y - z = 2 \end{cases} & \text{c) } \begin{cases} x + y - 2z = -1 \\ x + y + z = 2 \\ x - y + z = 1 \end{cases} & \text{e) } \begin{cases} x + 2y + z = 1 \\ x - y + 2z = 2 \\ 2x + y + 3z = 1 \end{cases} \\ \text{b) } \begin{cases} x + y - z = 1 \\ x + 2y + z = 3 \\ x - y + z = 1 \end{cases} & \text{d) } \begin{cases} x + 2y + z = 1 \\ 2x + 3y - z = 4 \\ 3x + y - 2z = 3 \end{cases} & \text{f) } \begin{cases} x + y - z = 1 \\ 2x + 3y + z = 2 \\ x + 2y + 2z = 1 \end{cases} \end{array}$$

Exercice 5. Soit $m \in \mathbb{R}$ un paramètre fixé. Donner l'ensemble des solutions des systèmes suivants en fonction de la valeur de m :

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \begin{cases} 2x + y - z = 2 \\ x + y + z = 3 \\ x + 2y - 3z = m \end{cases} & \text{c) } \begin{cases} x + 2y - z = 0 \\ x + y + z = 1 \\ mx + (m + 1)y - z = 2 \end{cases} \\ \text{b) } \begin{cases} x + y + z = 3 \\ y + mz = 2 \\ y - z = 1 \end{cases} & \text{d) } \begin{cases} x - y + 2z = 1 \\ mx + (1 - m)y + 2(m - 1)z = 1 \\ (2 + m)x - (m + 1)y + 2(m + 1)z = 3 \end{cases} \end{array}$$



Exercice 6. On s'intéresse à la réaction chimique $A \xrightarrow{q} C \xrightarrow{1-p} B \xrightarrow{p} D$ et on cherche à déterminer q la proportion de produit C qui n'est pas dégradée. On initialise la réaction en introduisant 3,6 mol de A et on mesure le résultat final : la quantité de D. Le système sur les quantités totales de A, B, C, D est donné par

$$\begin{cases} Q_A = 2,4 + qQ_C \\ Q_B = Q_A \\ Q_C = (1 - p)Q_B \\ Q_D = pQ_B \end{cases}$$

Par un marquage, on peut déterminer $p = 2/3$ et on a trouvé $Q_D = 2,7$ mol. Que vaut q ?

Exercice 7. Préciser pour quelles valeurs des nombres réels a et b le système suivant à 0, 1 ou une infinité de solutions :

$$\begin{cases} x + ay + z = 3 \\ x + 2ay + z = 4 \\ x + y + bz = 3 \end{cases}$$

Exercice 8. Donner l'ensemble des solutions des systèmes suivants :

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \begin{cases} x + y + z = 2 \\ x - y + z = 4 \end{cases} & \text{c) } \begin{cases} x + 2y + z = 1 \\ 2x + 4y + 2z = 1 \end{cases} \\ \text{b) } \begin{cases} 2x + 3y = 1 \\ x + y = 0 \\ x - y = 1 \end{cases} & \text{d) } \begin{cases} x + 2y = 1 \\ 3x + 4y = 4 \\ 2x + 2y = 3 \end{cases} \end{array}$$