

**Exercice I.** Effectuer les opérations nécessaires pour mettre les matrices suivantes sous forme triangulaire.

$$\begin{array}{llll}
 \mathbf{1.} & \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}, & \mathbf{2.} & \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & -5 & 1 \\ -2 & 3 & 1 \end{pmatrix}, & \mathbf{3.} & \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 2 & 4 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}, & \mathbf{4.} & \begin{pmatrix} 1 & -3 & -1 & 0 \\ -3 & 8 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \\
 \mathbf{5.} & \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 5 & -1 \end{pmatrix}, & \mathbf{6.} & \begin{pmatrix} -3 & 2 & -1 \\ 4 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}, & \mathbf{7.} & \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 5 & 1 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}
 \end{array}$$

**Exercice II.** Effectuer les opérations nécessaires pour mettre sous forme triangulaire les matrices suivantes. Discuter suivant la valeur des paramètres.

$$\mathbf{1.} \begin{pmatrix} -1 & a \\ a+2 & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{2.} \begin{pmatrix} a+1 & 2a-1 \\ a+2 & 1-a \end{pmatrix}, \quad \mathbf{3.} \begin{pmatrix} 2 & 3m & 1 \\ -6 & 1 & m-1 \\ 4 & -2 & 3 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{4.} \begin{pmatrix} x & x & x-1 \\ 2 & 1 & 0 \\ x+1 & 2x & -1 \end{pmatrix}.$$

**Exercice III.** En vous appuyant sur les calculs déjà effectués calculer le déterminant des matrices des questions I.1, I.2, I.5, I.6, II.1, II.2, II.3 et II.4.

**Exercice IV.** Calculer les déterminants suivants.

$$\mathbf{1.} \begin{vmatrix} a & 1 & 1 \\ 1 & a & 1 \\ 1 & 1 & a \end{vmatrix}, \quad \mathbf{2.} \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \end{vmatrix}, \quad \mathbf{3.} \begin{vmatrix} 1 & -1 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & -7 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 2 & 3 \end{vmatrix}, \quad \mathbf{4.} \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ a_3 & a_2 & a_1 & a_0 \end{vmatrix}.$$

**Exercice V.** Pour chacun des systèmes suivant, écrire la matrice associée et calculer son déterminant. En déduire le nombre de solutions du système.

$$\mathbf{1.} \begin{cases} ax + y = 7 \\ x - (a+1)y = a \end{cases}, \quad \mathbf{2.} \begin{cases} x = 2y - 1 \\ z - 2x = 3y \\ x + y + z = 0 \end{cases}, \quad \mathbf{3.} \begin{cases} 5x - 2z + ay = y - 1 \\ 2x + y - z = a \\ ax + y - z = 1 - 2z \end{cases}.$$

**Exercice VI.** Inverser les matrices suivantes.

$$\mathbf{1.} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{2.} \begin{pmatrix} 1 & a \\ a & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{3.} \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -1 & 3 & 1 \\ 2 & 2 & 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{4.} \begin{pmatrix} 2 & 3 & 5 \\ -4 & -5 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{5.} \begin{pmatrix} 1 & a & b \\ 0 & 1 & c \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

**Exercice VII.** Résoudre les systèmes suivants où  $\alpha$ ,  $\beta$  et  $\gamma$  sont des paramètres.

$$\mathbf{1.} \begin{cases} x - 2y = \alpha \\ 2x - 3y = \beta \end{cases}, \quad \mathbf{2.} \begin{cases} x - 2y + z = \alpha \\ 2x - 3y + z = \beta \\ -x + y - z = \gamma \end{cases},$$