

Exercice I. Effectuer les multiplications suivantes

$$\begin{aligned}
 &1. \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad 2. \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -3 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad 3. (a \ b \ c \ d) \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix}, \\
 &4. \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}, \quad 5. \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}, \quad 6. \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.
 \end{aligned}$$

Exercice II. Pour les matrices A suivantes calculer $A^2 = A.A$, $A^3 = A.A.A$, etc.

$$1. A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad 2. A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad 3. A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & -3 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Exercice III. Résoudre

$$1. \begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 = -4 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 - x_4 = -6 \\ -x_1 + 2x_2 + 5x_4 = 3 \\ 3x_1 + 17x_3 + x_4 = -44 \end{cases}, \quad 2. \begin{cases} x - y + z - 2t = -1 \\ x + 2y + z + 3t = 1 \\ x - 2y + z - t = 1 \\ 2x - 3y + 2z - 3t = 0 \end{cases}.$$

Exercice IV. Discuter, en fonction de la valeur du paramètre m , le nombre de solutions des systèmes suivants. Décire l'ensemble des solutions.

$$\begin{aligned}
 &1. \begin{cases} 2x - 3y = 5 \\ 4x + my = 0 \end{cases}, \quad 2. \begin{cases} mx_1 + x_2 = 5 \\ 3x_1 - 5x_2 = -25 \end{cases}, \quad 3. \begin{cases} x - y + z = m \\ 2x + y - 3z = 1 \\ 3x + 2z = m \end{cases}, \\
 &4. \begin{cases} x_1 - 3x_2 + x_3 = m \\ 2x_1 - 2x_2 + mx_3 = 0 \\ -x_1 + mx_2 = 1 \end{cases}, \quad 5. \begin{cases} x - my = 0 \\ y - mz = 0 \\ z - mt = 0 \\ mx - t = 0 \end{cases}, \quad 6. \begin{cases} x - my = 1 + 2m \\ y - mz = -2 - m \\ z - mt = 1 \\ mx - t = m \end{cases}.
 \end{aligned}$$