

Ni calculatrices, ni documents. 1 heure.

Exercice I. (Cours, 5 points)

1. Donner la définition de deux fonctions équivalentes.
2. Énoncer le théorème de convergence des intégrales généralisées pour des fonctions équivalentes.

Exercice II. Préciser la nature des intégrales (sans les calculer)

1. $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x-x^2}}$ 2. $\int_0^{+\infty} \frac{e^{-t}}{\sqrt[3]{t}} dt$ 3. $\int_0^{+\infty} \frac{\sin \theta}{\theta^2} d\theta$

Exercice III. Préciser la nature et calculer 1. $\int_0^{+\infty} \frac{dt}{1+e^t}$ 2. $\int_1^3 \frac{dt}{\sqrt{4t-t^2-3}}$

Exercice IV. Pour un entier $n \in \mathbb{N}$ on note $\Gamma(n) = \int_0^{+\infty} t^n e^{-t} dt$.

1. Montrer que cette intégrale est convergente.
2. Calculer $\Gamma(0)$ et $\Gamma(1)$
3. Donner une relation entre $\Gamma(n+1)$ et $\Gamma(n)$
4. En déduire la valeur de $\Gamma(n)$.

Ni calculatrices, ni documents. 1/2 heure

Exercice V. (Cours, 5 points) Donner une liste de dix primitives usuelles.

Exercice VI. Calculer $\int_{-1}^1 (x^2 - 2x)e^x dx$.

Exercice VII. Calculer en précisant le domaine de validité $\int \arccos x dx$.