Université Aix-Marseille III – licence de mathématiques et informatique – 2^e année		
Complément en intégration (MA303)	– mardi 5 janvier 2010 –	T. Coulbois
	Examen	

Ni calculatrices, ni documents. 1 heure 30.

Exercice I. **(Cours, 6 points)** **1.** Donner la définition de l'intégrale au sens de RIEMANN

2. Montrer que les primitives d'une fonction définies sur un intervalle diffèrent d'une constante.

Exercice II. Calculer en précisant le domaine de validité les primitives suivantes

1. $\displaystyle\int \theta \sin\theta \, d\theta,$ **2.** $\displaystyle\int \frac{dx}{x\ln x},$ **3.** $\displaystyle\int \ln(1+t^2)\,dt.$

Exercice III. Soit a un paramètre réel. On veut calculer l'intégrale $I_a = \displaystyle\int_0^1 \frac{dx}{x^2-2ax+1}.$

1. Déterminer en fonction de la valeur de a les racines de $x^2-2ax+1=0$.

2. Pour $a \in]-1;1[$ calculer $\displaystyle\int_0^1 \frac{dx}{x^2-2ax+1}.$

3. Préciser la nature de I_1 et I_{-1}, effectuer le calcul lorsque cela est possible.

4. **a.** Montrer que pour $a \in]1;+\infty[$, l'une des deux racines de $x^2-2ax+1=0$ est dans l'intervalle $]0;1[$.

b. En déduire que pour $a \in]1;+\infty[$ l'intégrale I_a diverge.

5. **a.** Montrer que pour $a \in]-\infty;-1[$, $x^2-2ax+1=0$ n'a pas de racines dans $[0;1]$.

b. Pour $a \in]-\infty;-1[$ calculer I_a.