Ni calculatrices, ni documents. 1 heure.

Exercice I. (Cours, 5 points)

1. Donner la définition d'une intégrale généralisée convergente.
2. Soit f et g deux fonctions définies, localement intégrables et strictement positives sur $[0; +\infty[$. On suppose que les fonctions f et g sont équivalentes en $+\infty$ et que $\int_0^{+\infty} f(t) dt$ converge. Montrer que $\int_0^{+\infty} g(t) dt$ converge.

Exercice II. Préciser la nature des intégrales

1. $\int_0^1 \ln(t) dt$
2. $\int_0^1 \frac{\ln(t)}{1-t} dt$
3. $\int_0^{+\infty} \frac{dt}{t + \sin t} dt$

Exercice III. 1. Préciser la nature et calculer $\int_0^{+\infty} \frac{dt}{t^2 + 2t + 2}$

2. a. Montrer que pour tout $t \in [1; +\infty[$, $\frac{1}{t(1+t^2)} = \frac{1}{t} - \frac{t}{1+t^2}$.

- b. Étudier la convergence et calculer $\int_1^{+\infty} \frac{dt}{t+t^3}$.

Exercice IV. Soit $a > 0$. Montrer que l'intégrale $\int_1^{+\infty} \frac{\sin t}{t^a} dt$ est convergente (on pourra intégrer par parties).

Ni calculatrices, ni documents. 1/2 heure

Exercice V. (Cours, 5 points) Donner les domaines de définitions, les images et les fonctions dérivées des trois fonctions trigonométriques réciproques.

Exercice VI. Calculer $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \theta^2 \sin(3\theta) d\theta$.

Exercice VII. Calculer en précisant le domaine de validité $\int \sqrt{1-x^2} dx$.