Ni calculatrices, ni documents. 1 heure.

Exercice I. **(cours, 6 points)** Montrer que si $a > 1$ la série $\sum_{n\geq 1} \frac{1}{n^a}$ converge.

Exercice II. Préciser la nature de la série $\sum_{n\geq 1} u_n$ dans chacun des cas suivants :

1. $u_n = 1 - \cos\frac{1}{n}$, **2.** $u_n = \sin(\frac{2n\pi}{3})$, **3.** $u_n = \frac{1}{n} - \frac{1}{\sqrt{n^2+n}}$.

Exercice III. On considère la suite définie par récurrence $\begin{cases} u_0 = 0 \\ u_1 = 1 \\ u_{n+2} = \frac{1}{6}(5u_{n+1} - u_n), \forall n \in \mathbb{N} \end{cases}$

1. Calculer les premiers termes de la suite.

2. En utilisant l'équation caractéristique, montrer que pour tout entier n, $u_n = \frac{3^n - 2^n}{6^{n-1}}$.

3. Montrer que la série $\sum_{n\in\mathbb{N}} u_n$ converge et calculer sa somme.

Exercice IV. Soit pour $n \in \mathbb{N}^*$, $u_n = \frac{1}{2n} - \frac{1}{2n+1}$.

1. Montrer que la série $\sum_{n\in\mathbb{N}^*} u_n$ converge.

2. En déduire que la série $\sum_{n\geq 1} \frac{(-1)^n}{n}$ converge.

Aix-Marseille III – MA303 **2e partiel** T. Coulbois - 4 novembre 2010

Ni calculatrices, ni documents. 1/2 heure

Exercice V. **(cours,8 points). 1.** Qu'est-ce qu'une fonction continue ?

2. Définir le nombre dérivé et en donner une interprétation géométrique.

3. Donner un exemple de fonction continue qui n'est pas dérivable.

Exercice VI. Pour $m \in]-\infty; 1[$ calculer en précisant le domaine de validité $\int \frac{dx}{x^2 - 2x + m}$.
(On pourra poser $a = \sqrt{1-m}$)