

Consultez régulièrement la page <http://www.latp.univ-mrs.fr/~coulbois/2011/ma608>

**Exercice I.** En cas de migraine, trois patients sur cinq prennent de l'aspirine, deux sur cinq prennent un médicament M : Avec l'aspirine, 75% des patients sont soulagés. Avec le médicament M, 90% des patients sont soulagés.

1. Quel est le taux global de personnes soulagées?
2. Quel est la probabilité pour un patient d'avoir pris de l'aspirine, sachant qu'il est soulagé?

**Exercice II.** Calculer la probabilité de

1. Obtenir au moins 1 fois 6, en jettant 6 dés.
2. Obtenir au moins 2 fois 6, en jettant 12 dés.
3. Obtenir au moins 3 fois 6, en jettant 18 dés.

**Exercice III.** Marc s'entraîne seul au poker. Il pioche 5 cartes dans un jeu de 52 cartes.

1. Calculer la probabilité pour qu'il possède un carré d'as (quatre as).
2. Marc dévoile deux as. Quelle est la probabilité qu'il possède en fait un carré d'as?

**Exercice IV.** On lance un dé  $n$  fois de suite. On note  $p_n$  la probabilité que tous les 6 chiffres (1,2,3,4,5,6) apparaissent au moins une fois lors des  $n$  lancers. Calculer  $p_n$  et  $\lim_n p_n$ .

**Exercice V.** On lance 2 fois une pièce dont la probabilité d'obtenir Pile est  $p$ . Ensuite, on relance autant de fois la pièce que l'on a obtenu de Pile aux deux premiers lancers (si on a eu aucun Pile, on ne relance pas la pièce, si on a obtenu deux Piles, on relance deux fois la pièce). Calculer la probabilité d'obtenir  $k$  piles lorsque  $k = 0, 1, 2, 3, 4$ .

**Exercice VI.** En 1789, la société française était divisée en trois *États*. Le clergé représentait 3% de la population. Les nobles représentaient 5% de la population. Les autres, le Tiers-État, représentaient 92% de la population. 1% du clergé a participé à la Révolution, 2% des nobles ont participé à la Révolution, et 50% du Tiers-État a participé à la Révolution.

1. Calculer la probabilité qu'un français pris au hasard ait participé à la Révolution.
2. Calculer la probabilité qu'un révolutionnaire pris au hasard soit noble.
3. Au début de la révolte, la *Garde du Corps* royale arrête 10 révolutionnaires au hasard dans la foule. Calculer la probabilité qu'il y ait au moins 2 nobles parmi les 10 personnes arrêtées.

**Exercice VII.** Les 365 jours de l'année sont divisés selon les 4 saisons du climat de la ville de Rome. L'hiver ne dure que 45 jours, le printemps 120 jours, l'été 120 jours et l'automne 80 jours. La probabilité qu'il pleuve un jour d'hiver est 0.4, un jour de printemps est 0.2, un jour d'été est 0.1 et un jour d'automne est 0.2.

On sait que la ville de Rome a été fondée en 753 av. J.-C., dans un jour de beaux temps (=pas de pluie). Calculer la probabilité que Rome ait été fondée pendant le printemps 753. Calculer aussi la probabilité qu'elle ait été fondée un jour d'hiver ou d'automne.

**Exercice VIII.** Un lustre est composé de  $n$  lumières. La probabilité qu'une lumière fonctionne est 0.9.

1. Calculer la probabilité qu'au moins 10 lumières du lustre fonctionnent.
2. Calculer la valeur minimale de  $n$  pour laquelle la probabilité qu'au moins 2 lumières fonctionnent soit plus grande que 0.8.

**Exercice IX.** Dans un jeu de 52 cartes, on prend une carte au hasard: les événements « tirer un roi » et « tirer un pique » sont-ils indépendants? Quelle est la probabilité de « tirer un roi ou un pique »?

**Exercice X.** Une boîte  $A$  contient deux jetons portant le numéro 0 et une boîte  $B$  contient deux jetons portant le numéro 1. On tire au hasard un jeton dans chaque boîte et on les échange. On recommence cette opération  $n$  fois. On s'intéresse à la somme des jetons contenus dans l'urne  $A$  à l'instant  $n$ . Pour cela, on introduit les événements :

1.  $P_n =$  « la somme des jetons contenus dans l'urne  $A$  à l'instant  $n$  vaut 0 »
2.  $Q_n =$  « la somme des jetons contenus dans l'urne  $A$  à l'instant  $n$  vaut 1 »
3.  $R_n =$  « la somme des jetons contenus dans l'urne  $A$  à l'instant  $n$  vaut 2 » On pose également  $p_n = \mathbb{P}(P_n), q_n = \mathbb{P}(Q_n), r_n = \mathbb{P}(R_n)$ .
4. Calculer  $p_0, q_0, r_0, p_1, q_1, r_1$ .
5. Exprimer  $p_{n+1}, q_{n+1}, r_{n+1}$  en fonction de  $p_n, q_n, r_n$ .
6. Montrer que pour tout  $n \geq 0, q_{n+2} = \frac{1}{2}q_{n+1} + \frac{1}{2}q_n$
7. En déduire l'expression de  $p_n, q_n, r_n$ .
8. Déterminer les limites des trois suites.

**Exercice XI.** On prend au hasard, successivement 5 pièces (une après l'autre) dans un lot de 12 dont 4 sont de fausses pièces; on remet dans le lot chaque pièce prise; calculer la probabilité des événements :

- A : deux pièces exactement sur les 5 sont fausses;
- B : les 5 pièces sont fausses;
- C : exactement une pièce est fausse.

Le lot comporte maintenant 100 pièces, dont 5 fausses pièces; dans les mêmes conditions que précédemment, on prend cette fois 40 pièces : Calculer alors la probabilité de l'événement :

- D : trois pièces exactement sur les 40 sont fausses.