

Consultez régulièrement la page <http://www.latp.univ-mrs.fr/~coulbois/2011/ma608>

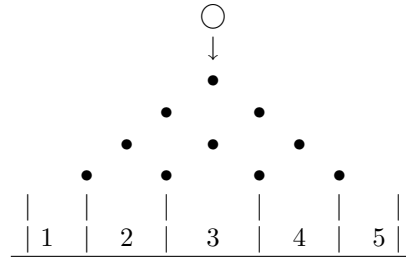
Exercice I. Alice et Bob s'ennuient. Alice propose de jouer au jeu suivant : on lance trois pièces. Si elles retombent toutes les trois du même côté, Alice donne 3€ à Bob, sinon Bob donne 1€ à Alice.

1. Bob doit-il accepter de jouer ?
2. Au bout de combien de temps Alice peut-elle espérer avoir gagné 20€ ?
3. Par combien faut-il remplacer la somme de 3€ pour que le jeu devienne équitable ?

Exercice II. On fait tomber des billes sur un plan incliné plantés de clous comme sur la figure ci-contre. À chaque rebond une bille a une probabilité $\frac{1}{2}$ de tomber à droite ou à gauche.

Soit B la variable aléatoire qui donne le numéro de la case dans laquelle s'arrête la bille.

1. Donner la loi de B .
2. On lance 100 billes et on note $C_1, \dots, C_5$ la variable aléatoire qui donne le nombre de billes dans la case i . Calculer $E(C_i)$ pour $i = 1, \dots, 5$.
3. Refaire le même exercice avec 10 cases et 1000 billes. Tracer le diagramme qui donne $E(C_i)$ en fonction de $i = 1, \dots, 10$.



Exercice III. On effectue un contrôle aléatoire sur des yaourts dont une proportion $p_y = 0.03$ est défectueuse et de crèmes dessert dont une proportion $p_c = 0.02$ est défectueuse. Il y a dans un lot donné de 500 pots dont 150 yaourts et 350 crèmes dessert.

1. On prend un pot au hasard dans ce lot : quelle est la probabilité qu'il soit défectueux ?
2. Sachant que ce pot est défectueux, quelle est la probabilité que ce soit une crème dessert ?
3. Soit X la variable aléatoire : « nombre de pots défectueux parmi 100 »
4. Quelle est la loi de X ? quelle est son espérance ?

Exercice IV. On suppose qu'il y a une probabilité égale à 0.05 d'être contrôlé sur lorsqu'on prend la ligne 1 du métro. Monsieur F fait 700 voyages par an sur cette ligne.

1. Quelle est la probabilité que Monsieur F soit contrôlé entre 60 et 80 fois dans l'année ?
2. Monsieur F voyage en fait toujours sans ticket. Le prix d'un ticket est de 1,14€.
- a. Quelle amende minimale la compagnie doit-elle fixer pour que le fraudeur ne soit pas gagnant en moyenne ?
- b. Quelle amende minimale la compagnie doit-elle fixer pour que le fraudeur ait, sur une période d'une année, une probabilité supérieure à 0.75 d'être perdant ?

Exercice V. Un jardinier cultive dans un parc des hortensias qui poussent en massifs ; une fleur est rouge avec une probabilité 0.3, bleue sinon.

1. Il y a 7 fleurs par massif, on appelle X la variable aléatoire « nombre de fleurs rouges par massif » : Quelle est la loi de la variable aléatoire X , son espérance, sa variance ?
2. Le jardinier plante dans le parc 100 massifs ; soit Z la variable aléatoire « nombre total de fleurs rouges » Exprimer Z en fonction de X_i = « nombre de fleurs rouges dans le massif i »
3. Quelle est la loi de Z ?
4. Quelle est la probabilité pour que Z soit supérieur ou égal à 220 ?