Ni calculatrices, ni documents. 1 heure.

Exercice I. **(Cours, 6 points)** Montrer que la limite uniforme d'une suite de fonctions continues est continue.

Exercice II. On considère la suite de fonctions définies sur $[0,1]$ par

$$f_n(x) = \frac{nx}{1+n^2x^2}$$

1. Montrer que cette suite converge simplement vers une fonction à déterminer.

2. Etudier la convergence uniforme sur $[0,1]$.

Exercice III. On considère la série de fonctions définies sur $[0,3]$ par

$$f_n(x) = n^2x^7e^{-nx^2}$$

1. Montrer que cette série converge simplement.

2. Etudier la convergence normale sur $[0,3]$.

3. Montrer que la somme de la série est continue.

Aix-Marseille III – MA303 **3^{e} partiel** T. Coulbois - 12 décembre 2011

Ni calculatrices, ni documents. 1 demi-heure.

Exercice IV. **(Cours, 6 points)** Donner la définition de l'intégrale au sens de Riemann

Exercice V. Pour chaque énoncé, préciser s'il est vrai ou faux en argumentant.

1. Si une fonction positive a une intégrale nulle alors cette fonction est nulle.

2. Une fonction dérivée est toujours continue.

3. Une fonction intégrable au sens de Riemann est continue.

4. Une fonction intégrable au sens de Riemann admet des primitives.

5. Une fonction continue bornée est uniformément continue.