

Exercice I. Calculer :

$$1. \int_1^3 \frac{dx}{3x-1}, \quad 2. \int_2^4 \frac{dx}{1-2x}, \quad 3. \int_2^3 x \ln(x^2-3) dx, \quad 4. \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos(3x - \frac{\pi}{6}) dx,$$

Changement de variables :

$$5. \int_0^2 \frac{dx}{x^2+4} \text{ (poser } x = 2t), \quad 6. \int_0^{\frac{\pi}{6}} \cos^3 \theta \sin^4 \theta d\theta \text{ (poser } x = \sin \theta),$$

$$7. \int_1^3 \sqrt{6t-t^2-5} dt, \text{ (se ramener à } \int \sqrt{1-x^2} dx \text{ puis poser } x = \sin \theta)$$

Intégrations par parties :

$$8. \int_{-1}^1 (x^2-2x)e^x dx, \quad 9. \int_0^3 \theta^2 \sin 3\theta d\theta, \quad 10. \int_0^1 \arctan t dt, \quad 11. \int_0^2 \ln(1+x^2) dx,$$

Linéarisation :

$$12. \int_{-\pi}^{\pi} \sin^2 x dx \quad 13. \int_0^{\pi/3} \cos^4 x dx$$

Décomposition en éléments simples :

$$14. \int_1^2 \frac{dx}{x^2-7x+12}. \quad \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\cos \theta}{\sin \theta + \cos \theta} \text{ (poser d'abord } x = \tan \theta),$$

Exercice II. Calculer les primitives suivantes en précisant le domaine de définition

$$1. \text{ Pour } a > 0, \int \frac{dx}{a^2-x^2}, \quad 2. \int (e^x-1)^2 dx, \quad 3. \int \frac{\sin^3 x}{\sqrt{\cos x}} dx,$$

$$4. \int \arccos x dx, \quad 5. \int (\ln x)^2 dx, \quad 6. \int \frac{x}{\cos^2 x} dx,$$

$$7. \int 3^{\sqrt{2t+1}} dt, \quad 8. \int \frac{1}{x(x^2+1)} dx, \quad 9. \int \frac{1}{e^x+1} dx,$$

$$10. \int \sin^2 x dx, \quad 11. \int \frac{x^2}{\sqrt{1-x^2}} dx, \quad 12. \int \frac{e^{2t}}{1+e^{3t}} dt, \quad 13. \int \frac{\sin(2t)}{\cos(3t)} dt.$$

Exercice III. En précisant les domaines de définition, donner toutes les primitives des fonctions

$$1. x \mapsto |x|, \quad 2. x \mapsto \frac{1}{x}, \quad 3. x \mapsto 3|2x-3|, \quad 4. x \mapsto \begin{cases} x & x < 0 \\ \sin x & x \geq 0 \end{cases}.$$

Exercice IV. Étudier la dérivabilité des fonctions :

$$1. x \mapsto \begin{cases} x^3 \cos x & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}, \quad 2. x \mapsto \begin{cases} e^{\frac{1}{x}} & x < 0 \\ 0 & x \geq 0 \end{cases}, \quad 3. x \mapsto \begin{cases} \sin^2 x \cos \frac{1}{x} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$$