**Fonction de plusieurs variables**

**Exercice I.** Tracer et nommer les surfaces représentatives des fonctions définies sur $\mathbb{R}^2$ par

**1.** $f(x,y) = x^2 + y^2$, **2.** $g(x,y) = \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2}}$ où $a, b > 0$ sont des constantes.

**3.** $h(x,y) = xy$. Montrer de plus que par chaque point de cette surface il passe deux droites sécantes.

**Exercice II.** **1.** Montrer que la fonction $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, $f(x,y) = \frac{xy}{x^2+y^2}$ si $(x,y) \neq (0,0)$ et $f(0,0) = 0$ n'est pas continue en 0.

**2.** Montrer $f$ admet des dérivées partielles en $(0,0)$.

**Exercice III.** Montrer que la fonction $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, $f(x,y) = \frac{\sin(xy)}{xy}$ si $xy \neq 0$ et $f(0,y) = f(x,0) = 1$ est continue sur $\mathbb{R}^2$.

**Intégrales dépendant d'un paramètre**

**Exercice IV.** Soit $f$ une fonction définie et continue sur $\mathbb{R}$. Donner la fonction dérivée des fonctions définies par :

**1.** $g(x) = \int_2^{x(x-1)} f(t)\,dt$, **2.** $\psi(x) = \int_x^{2x+1} f(t)\,dt$

**Exercice V.** Préciser le domaine de définition et de dérivabilité, puis calculer la fonction dérivée des fonctions

**1.** $h(x) = \int_0^1 \sin(x^2t^3)\,dt$, **2.** $u(x) = \int_0^4 3^{\sqrt{2xt^2+1}}\,dt$, **3.** $v(x) = \int_1^7 e^{xt\ln t}\,dt$,

**4.** $\phi(x) = \int_x^2 \frac{dt}{\ln(xt)}$

**Exercice VI.** Calculer de deux manières différentes (en précisant les domaines de définition) les fonctions dérivées des fonctions

**1.** $f(x) = \int_0^1 t\sin xt\,dt$, **2.** $f(x) = \int_0^1 \frac{dt}{t^2 - x^2}$, **3.** $f(x) = \int_0^1 \frac{dt}{t^2 + x^2}$.

Consultez régulièrement la page `http://www.latp.univ-mrs.fr/~coulbois/2012/integration/`