

1 Dessiner l'ensemble de Mandelbrot

Pour $c \in \mathbb{C}$, on définit par récurrence la suite :
$$\begin{cases} z_0 = c, \\ z_{n+1} = z_n^2 + c \end{cases}$$

L'ensemble de MANDELBROT est l'ensemble M des complexes c tels que la suite $(z_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est bornée.

C'est un des premiers ensembles fractals découverts, il est très joli, très utile aux mathématicien-nes et de nombreuses questions le concernant sont encore ouvertes.

Le but de ce mini-projet est de tracer l'ensemble de MANDELBROT et de pouvoir zoomer sur des portions de celui-ci. Pour commencer vous justifierez (en utilisant les outils graphiques ou de calcul de Sage) les affirmations suivantes.

M est inclus dans le disque D centré en 0 et de rayon 2 et contient le disque D centré en 0 de rayon $1/4$. Si z est dans le disque unité alors $c = \frac{z}{2}(1 - \frac{z}{2})$ est dans M . Tracez cet ensemble de points de M . Tirez en arrière le disque de rayon 2 et démontrez que M est compact.

Comme extension de ce projet (si vous avez fini rapidement), pour un réel c vous pourrez tracer l'ensemble de JULIA, J_c des points z tels que la suite $\begin{cases} z_0 = z, \\ z_{n+1} = z_n^2 + c \end{cases}$ est bornée.

2 Résoudre un Sudoku

Proposer un programme qui permet de résoudre une grille de Sudoku.

Ce mini-projet demande de manipuler des listes et d'avoir quelques connaissances en algorithmique. Il vous faudra sans doute chercher sur internet les algorithmes possibles pour résoudre un Sudoku.

3 Construire un jeu de Dobble

Le jeu de Dobble est constitué de N cartes. Sur chaque carte, C symboles sont dessinés. Au total il y a une liste de S symboles possibles.

La propriété du jeu de cartes est que deux cartes ont toujours exactement un symbole en commun.

La question de ce projet est de trouver les valeurs possibles pour (N, C, S) et de proposer une méthode pour construire un tel jeu de carte.

Pour cela on rappelle que dans un plan projectif deux droites projectives ont toujours exactement un point en commun. Si $\mathbb{F}_q$ est un corps fini, $\mathbb{F}_q\mathbb{P}^2$ est le plan projectif alors on peut prendre l'ensemble des points de $\mathbb{F}_q\mathbb{P}^2$ comme ensemble de symboles, et l'ensemble des droites projectives comme ensemble de cartes.

Votre programme devra lister les points du plan projectifs et les droites projectives de ce plan. Vous serez donc amené à réfléchir à une forme normale pour les points et les droites du plan projectif. Vous pourrez (mais ce n'est pas obligatoire) utiliser la programmation objet pour améliorer l'élégance de votre programme.