

Les nombres de Sage

1 Avec quel précision est codé un nombre réel dans Sage ?

1. Testez les instructions suivantes

```
sage: a=1; a
sage: a.parent()
sage: type(a)
sage: b=1/2+1; b
sage: print b, b.parent()
sage: print type(b)
sage: print a in QQ, b in ZZ
```

```
sage: x=1.0
sage: x.parent()
sage: x.precision()
sage: y=1.0e-20
sage: x+y==x
sage: 1.0+1/3
```

```
sage: phi=(1+sqrt(5))/2
sage: phi.parent()
sage: phi.precision()
sage: phi in RR
sage: (phi+1.0).parent()
sage: phi+y==phi
sage: if phi+y==phi: print "=="
```

2. Décrire l'ensemble $\mathbb{RR}$ de Sage. Préciser les nombres qu'il contient (vous réfléchirez à la notion de mantisse et d'exposant).
3. Mettre en lumière les limites de cet ensemble en faisant apparaître des résultats paradoxaux.

2 Travailler avec des nombres à précision donnée

```
sage: x=sqrt(3)
sage: x.numerical_approx(100)
sage: R100=RealField(prec=100)
sage: y=R100(x)
sage: x+1/3
sage: y+1/3
```

4. Donner les 20 premières décimales de $\sqrt{2}$ et π

3 Des complexes, des nombres algébriques, etc.

```
sage: z=1/(1+I); z
sage: X=QQ['X'].gen()
sage: P=X^8 - X^7 + X^5 - X^4 + X^3 - X + 1
sage: P.roots(QQbar)
```

5. Calculer dans $\mathbb{C}$: i^i .

4 Application : recherche par dichotomie

Si f est une fonction, $f(a) < 0$, $f(b) > 0$, l'algorithme de recherche de solutions de $f(x) = 0$ sur l'intervalle $[a; b]$ par dichotomie est décrit ci-contre.

Écrire une fonction sage (recursive) qui cherche une solution par dichotomie.

```
tant que b-a>precision:
    x=(a+b)/2
    si f(x)>0:
        b=x
    sinon:
        a=x
```

```
sage: var('x')
sage: p=x^5-10x+11
sage: plot(p,x,xmin=-1,xmax=1)
```

6. Tracer la courbe représentative de $p(x) = x^5 - 10x + 11$ et localiser (c'est-à-dire donner un intervalle qui la contient) la solution réelle de $p(x) = 0$.

7. Donner par dichotomie et avec 20 décimales la solution réelle de $x^5 - 10x + 11 = 0$.

Attention : votre programme devra déclarer précisément les ensembles de nombres qu'il utilise et se méfier des conversions effectuées par sage.