

Devoir à la maison à rendre le lundi 18 mai 2015

Enseignants : T. Coulbois, M. Lustig

Exercice I. Trouver quatre permutations distinctes du groupe symétrique S_5 , $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ qui commutent deux à deux :

$$\alpha_i \alpha_j = \alpha_j \alpha_i, \text{ pour tout } i, j = 1, 2, 3, 4$$

Attention deux copies différentes doivent avoir deux solutions différentes.

Exercice II. Démontrer qu'il n'y a que deux groupes à quatre éléments. Pour cela vous devrez pas à pas construire la table de multiplication en distinguant tous les choix possibles.

Il y a beaucoup de cheminements possibles pour résoudre cet exercice. Vous devez fournir un travail personnel et ne pas recopier la solution de vos collègues.

Exercice III. On considère le tétraèdre régulier $ABCD$ dont on colorie en rouge les arêtes $[AB]$ et $[CD]$, en bleu les arêtes $[AC]$ et $[BD]$ et en vert les arêtes $[AD]$ et $[BC]$. On désigne par O son centre (l'intersection des hauteurs et des droites joignant les milieux des côtés opposés).

1. Faire un dessin.
2. Décrire les quatre isométries du tétraèdre régulier qui respectent les couleurs.
3. Lesquelles sont directes ?
4. Soit $R_{(OA), \frac{2\pi}{3}}$ la rotation d'axe (OA) (orienté par le vecteur \overrightarrow{OA}) et d'angle $\frac{2\pi}{3}$.
 - a. Décrire comment cette rotation $R_{(OA), \frac{2\pi}{3}}$ permute les sommets.
 - b. Décrire comment cette rotation permute les couleurs.