Faculté des Sciences
Aix*Marseille Université

Licence Sciences et Humanités, 2e année
OVC - Symétrie

Évaluation
lundi 29 mars 2015

☐ Aix-Montperrin
☐ Luminy
☒ Saint-Charles
☐ Saint-Jérôme
☐ Château-Gombert

Une heure, documents et notes de cours autorisés

Enseignants : T. Coulbois, M. Lustig

Exercice I. On considère les permutations suivantes de l'ensemble $X = \{1; 2; 3; 4\}$:

$$\alpha : \begin{array}{ccc} 1 & \mapsto & 3 \\ 2 & \mapsto & 4 \\ 3 & \mapsto & 2 \\ 4 & \mapsto & 1 \end{array} \qquad \text{et} \qquad \beta : \begin{array}{ccc} 1 & \mapsto & 4 \\ 2 & \mapsto & 3 \\ 3 & \mapsto & 2 \\ 4 & \mapsto & 1 \end{array}$$

1. Calculer α^2 $(= \alpha \circ \alpha)$.
2. Calculer α^{-1}
3. Calculer $\alpha \circ \beta$ et $\beta \circ \alpha$.

Exercice II. **1.** Rappeler la définition d'un groupe.
2. Montrer que la table de multiplication ci-contre n'est pas associative :

	e	a	b	c	d
e	e	a	b	c	d
a	a	d	e	c	b
b	b	e	c	d	a
c	c	b	a	e	c
d	d	b	a	d	e

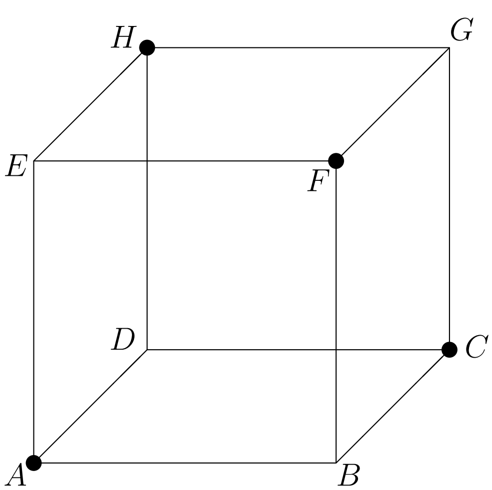
3. Montrer que les deux groupes ci-dessous sont les mêmes (ils sont isomorphes) :

	e	a	b	c
e	e	a	b	c
a	a	e	c	b
b	b	c	a	e
c	c	b	e	a

	e	α	β	γ
e	e	α	β	γ
α	α	β	γ	e
β	β	γ	e	α
γ	γ	e	α	β

4. Donner la table de mulitplication d'un autre groupe à quatre éléments (non isomorphe aux deux ci-dessus).

Exercice III. **1.** Donner les symétries de l'image ci-contre.
2. Expliquer pourquoi aucune symétrie axiale ne laisse cette image invariante.



Exercice IV. On considère un cube $ABCDEFGH$.
1. Décrire l'isométrie du cube qui fixe A et fait tourner les sommets : $B \mapsto D \mapsto E \mapsto B$. *Vous donnerez à la fois une description géométrique de cette isométrie et la permutation complète des sommets qu'elle réalise.*
2. On colorie les sommets $ACFH$ en rouge (ils ont un gros point noir sur le dessin) et les autres sommets en vert. Donner les isométries directes du cube qui respectent les couleurs.