

Questions de cours potentielles

Définitions et énoncés

- (1) Fonction continue, uniformément continue
- (2) Espace vectoriel normé, distance
- (3) Ouvert, fermé
- (4) Caractérisation séquentielle d'un fermé
- (5) Adhérence, intérieur
- (6) Voisinage
- (7) Normes équivalentes
- (8) Compact (BOREL-LEBESGUE et BOLZANO-WEIERSTRASS)
- (9) Théorème de ROLLE
- (10) Théorème de HEINE
- (11) Connexe
- (12) Les connexes de \mathbb{R}
- (13) Théorème des valeurs intermédiaires
- (14) Suites de CAUCHY
- (15) Espace complet
- (16) Théorème de la projection sur un convexe fermé (dans un espace hilbertien)

Preuves

- (1) Une suite convergente est de CAUCHY (contre-exemple : une suite de CAUCHY non-convergente)
- (2) Caractérisation séquentielle de la continuité
- (3) Une réunion d'ouverts est ouverte
- (4) Une intersection finie d'ouverts est ouverte (contre-exemple pour une intersection infinie)
- (5) Démonstrations similaires aux deux précédentes avec des fermés
- (6) Deux normes équivalentes définissent les mêmes ouverts et les mêmes fermés
- (7) Deux normes équivalentes définissent les mêmes fonctions continues
- (8) Exemple de deux normes non équivalentes
- (9) La norme (réciproquement la distance) est une application lipschitzienne donc continue
- (10) L'image continue d'un compact est compacte
- (11) Un compact est fermé-borné et contre-exemple à la réciproque
- (12) Un fermé dans un compact est compact
- (13) L'image continue d'un connexe est connexe
- (14) Une partie compacte d'un espace vectoriel normé est complète