

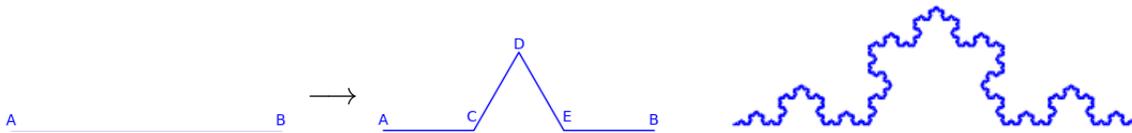
Master de mathématiques, 1<sup>re</sup> année

Graphics(), point(), line(), polygon(), plot()

- Tracez le dessin ci-dessous pour vous familiariser avec les commandes graphiques.

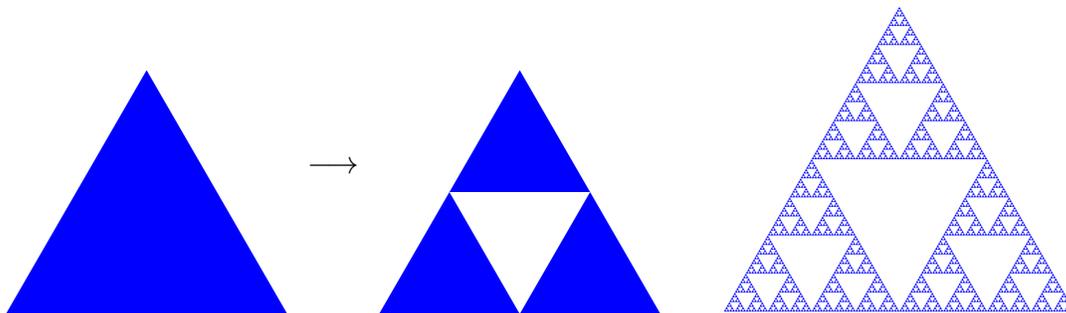
```
sage: g=Graphics()
sage: g+=line([(0,0),(1,0),(1,1),(0,1),(0,0)])
sage: g+=point([(0.25,.5),(0.75,0.5)])
sage: g+=polygon([(0,1),(0.5,1.5),(1,1)],color='red')
sage: g.show(axes=False,aspect_ratio=True)
```

- Tracez le flocon de KOCH.



Vous pourrez écrire des fonctions

- `subdivise(segment)` qui étant donné un segment  $[AB]$  renvoie les quatre segments  $[AC]$ ,  $[CD]$ ,  $[DE]$  et  $[EB]$ .
  - `subdivise_liste(liste)` qui étant donné une liste de segments renvoie la liste des segments obtenus en sous-divisant chaque segment de la liste en quatre segments.
- Tracez le triangle de SIERPINSKY, obtenu en sous-divisant un triangle  $(ABC)$  en trois triangles.



- Lapin de DOUADY. Soit  $c$  une des deux racines non-réelles de  $c^3 + 2c^2 + c + 1 = 0$  et soit  $f(z) = z^2 + c$ . Le lapin de DOUADY est l'ensemble des points  $z$  du plan complexe tels que la suite  $(z_n)_{n \in \mathbb{N}}$  définie par  $z_0 = z$ ,  $z_{n+1} = f(z_n)$  est bornée.

Pour un entier  $N$ , on considère que la suite  $(z_n)_{n \in \mathbb{N}}$  est bornée si pour tout  $n < N$ ,  $|z_n| < 2$ .

Programmez la fonction  $g$  qui pour un paramètre  $z$  renvoie le plus petit entier  $n$  tel que  $|z_n| > 2$  ou bien 0 si cet entier est plus grand que  $N$ .

Avec `complex_plot()`, visualisez la fonction  $g$ . Essayez plusieurs paramètres de  $N$  (5, 10, 20, 30, ...) et faites varier la résolution et la fenêtre de visualisation.

- Extension : Tracez l'éponge de MENGER et l'ensemble de MANDELBROT.