

- Exercice I.** 1. Donnez la formule pour la somme des n premiers termes d'une suite géométrique de raison q .
2. Démontrez cette formule par récurrence sur n .

- Exercice II.** 1. Calculez

$$3.1415926535897932385 + 2.8584073464102057321$$

$$3.1415926535897932385 + 2.8584073464102082548$$

Remarquez que les nombres de gauche sont égaux et que les nombres de droite ne diffèrent qu'à partir de la 15^e décimale, alors que les chiffres des unités des deux résultats sont différents.

2. Donnez trois nombres décimaux, A , B et C tels que
1. B et C ont la même partie entière et les mêmes cent premières décimales
 2. et $A + B$ et $A + C$ n'ont pas la même partie entière.
3. Soit A , B et C trois nombres décimaux tels que l'écriture décimale de B et C ne diffèrent qu'à partir de la 15^e décimale. On suppose que la 8^e décimale de $A + B$ est 3. En déduire que les 8 premières décimales de $A + B$ et $A + C$ sont égales.
4. Démontrez que si A et B sont deux nombres qui ont la même partie entière et les mêmes 15 premiers chiffres décimaux, alors $2A$ et $2B$ ont les mêmes 14 premiers chiffres décimaux. (*Des exemples, ou des raisonnements partiels sont bienvenus*)

- Exercice III.** 1. Donnez le développement décimal de $2017/37$, vous ferez apparaître la période et vous préciserez la longueur de la période.
2. Écrire un algorithme qui pour deux nombres A et B affiche les décimales de A/B (on ne demande pas les chiffres décimaux de la partie entière)
3. Vérifiez que $10^3 - 1$ est divisible par 37 et démontrez que l'écriture décimale de toute fraction $A/37$ est périodique avec une période de longueur 3.

Exercice IV. En base 16 (c'est l'écriture hexadécimale) les nombres s'écrivent avec les chiffres 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A , B , C , D , E , F . Par exemple, le chiffre hexadécimal C correspond au nombre dont l'écriture décimale est 12. Le nombre dont l'écriture hexadécimale est $3B$ a pour écriture décimale 59.

1. Écrire 2017 en hexadécimal.

On considère un nombre n et son écriture hexadécimale $\overline{h_d h_{d-1} \dots h_1 h_0}$ où h_0, h_1, \dots, h_d sont des chiffres hexadécimaux entre 0 et 15 et

$$n = \sum_{i=0}^d 16^i h_i$$

2. Démontrez qu'un nombre est divisible par 8 si, et seulement si, son écriture hexadécimale se termine par 0 ou 8.
3. Démontrez qu'un nombre est divisible par 15 si, et seulement si, la somme de ses chiffres hexadécimaux est divisible par 15.
4. Donner un critère de divisibilité par 17 en fonction de l'écriture hexadécimale d'un nombre.