Faculté des sciences
Université d'Aix-Marseille

Devoir surveillé
lundi 15 octobre 2018

☐ Aix-Montperrin
☐ Luminy
☐ Saint-Charles
☐ Saint-Jérôme
☐ Château-Gombert
☒ Espe

Préparation au Capes de mathématiques, master Meef, 1re année
Géométrie

Deux heures, ni calculatrices ni documents

Enseignant : T. Coulbois

Exercice I. Dans le plan rapporté à un repère orthonormé, tracer :
1. Les points $A(2,3)$, $B(-4,1)$, $C(1,-4)$.
2. Les droites d'équation $y=2x-1$, $x-3y+7=0$.
Donner : **3.** une équation de la droite (BC) ;
4. une équation de la droite perpendiculaire à (AB) passant par C ;
5. Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.

Exercice II. On considère un triangle ABC rectangle en C et H le pied de la hauteur issue de C.
1. Démontrer que les triangles ABC et BCH sont semblables.
2. Dessiner l'image du trinagle BCH par l'homothétie h de centre B et de rapport $\dfrac{AB}{BC}$.
3. Soit $\mathcal{D}$ la bissectrice de l'angle en B, et $s_{\mathcal{D}}$ la symétrie axiale par rapport à $\mathcal{D}$. Démontrer que l'image du triangle BCH par $s_D \circ h$ est le triangle ABC

Exercice III. On considère trois points A, B et C non-alignés du plan, et le repère $(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$.
1. Déterminer les coordonnées des milieux I du segment $[BC]$, J du segment $[AC]$ et K du segment $[AB]$.
2. Démontrer que la droite d'équation $x+2y-1=0$ est la droite (BJ).
3. Donner l'équation de la droite (AI).
4. Démontrer que les trois médianes du triangle ABC sont concourantes.
5. Démontrer que les trois médianes d'un triangle non-dégénéré sont concourantes.

Étudiant-es de l'option **mathématique**.

Exercice IV. Trois triangles équilatéraux ABC', ACB' et BCA' sont construits extérieurement sur les côtés d'un triangle quelconque ABC.
1. En utilisant la rotation de centre B et d'angle $\frac{\pi}{3}$, démontrer que $AA' = CC'$.
2. Démontrer que $AA' = BB' = CC'$.
3. En utilisant la rotation de centre B et d'angle $\frac{\pi}{6}$ composée avec l'homothétie de centre B et de rapport $\frac{\sqrt{3}}{3}$, démontrer que le triangle PQR formé par les centres des trois triangles équilatéraux (respectivement BCA', ACB' et ABC') est un triangle équilatéral.

Exercice V.
Dans un plan affine euclidien orienté, on considère deux points distinct A et B et un point M n'appartenant pas à la droite (AB).
Pour chacune des assertions suivantes, déterminer s'il existe un point C qui la vérifie. *On précisera pour chaque cas le nombre de solutions et on prendra soin de fournir toutes les explications et justifications utiles.*

1. M est le centre de gravité du triangle (ABC).
2. M est le centre du cercle circonscrit au triangle (ABC).
3. M est l'orthocentre du triangle (ABC).
4. M est le centre du cercle inscrit au triangle (ABC).