Exercice I. Soit $ABCDA'B'C'D'$ un cube, I, J et K les milieux respectifs de $[AB]$, $[B'C']$ et $[DD']$. Dessiner l'intersection du plan IJK avec le cube. Montrer que c'est un hexagone régulier.

Exercice II. Déterminer une équation cartésienne :
1. du plan $\mathcal{P}_1$ passant par $A(1,1,0)$, $B(0,2,2)$ et $C(3,0,3)$;
2. du plan $\mathcal{P}_2$ passant par A et parallèle au plan d'équation $3x-5y+7z+3=0$;
3. de la droite $\mathcal{D}_1$ passant par B parallèle aux plans $\mathcal{P}_1$ et $\mathcal{P}_2$.
4. Déterminer un vecteur directeur de la droite $\mathcal{D}_2$ intersection des plans $\mathcal{P}_1$ et $\mathcal{P}_2$.

Exercice III. Déterminer les coordonnées du projeté orthogonal de du point $A(1,2,3)$ sur :
1. le plan $\mathcal{P}$ d'équation $3x-3y+2z+19=0$;
2. la droite $\mathcal{D}$ passant par $B(-8,10,3)$ et de vecteur directeur $u(-1,3,1)$.

Exercice IV. **1.** Déterminez un système d'équation de la droite Δ passant par $A=(1,-1,2)$ et coupant les droites :

$$\mathcal{D}_1 \left\{ \begin{array}{rcl} 2x-y+3z-1 & = & 0 \\ x+2y+z+2 & = & 0 \end{array} \right. \text{ et } \mathcal{D}_2 \left\{ \begin{array}{rcl} x-y+z+3 & = & 0 \\ x+2y+5z+1 & = & 0 \end{array} \right. .$$

2. Déterminer la distance entre les droites $\mathcal{D}_1$ et $\mathcal{D}_2$.

Exercice V. On considère dans l'espace affine euclidien de dimension 3 les points

$$A=\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad B=\begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix} \quad C=\begin{pmatrix} 0 \\ 6 \\ 0 \end{pmatrix} \quad D=\begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ 7 \end{pmatrix}.$$

Caculer le volume du tétraèdre ABCD.

Exercice VI. Dessiner les cinq polyèdres réguliers en perspective cavalière.

Exercice VII. **1.** Déterminer le projeté orthogonal du point $M_0(x_0,y_0,z_0)$ sur le plan d'équation $2x+2y-z=1$.
2. Même question avec la droite d'équation $\begin{cases} x+y+z=1 \\ 2x-z=2 \end{cases}$.

Exercice VIII. On considère les droites D_1 passant par $A_1(1,2,-1)$ et de vecteur directeur $u_1=(1,1,1)$ et D_2 d'équation $\begin{cases} x+y+z=1 \\ 2x-z=2 \end{cases}$.
1. Montrer que D_1 et D_2 ne sont pas coplanaires.
2. Déterminer la perpendiculaire commune à D_1 et D_2.
3. Déterminer l'ensemble des points équidistants de D_1 et D_2.

Exercice IX. Dans l'espace euclidien $\mathbb{R}^3$ et pour tout $t\in\mathbb{R}$, on considère la droite

$$\mathcal{D}_t \ : \left\{ \begin{array}{l} x-z=t \\ \\ tx-2y+tz+1=0 \end{array} \right.$$

1. Donner un vecteur directeur de $\mathcal{D}_t$.
2. Montrer que pour tous $t\neq t'$, les droites $\mathcal{D}_t$ et $\mathcal{D}_{t'}$ ne sont pas coplanaires.
3. Montrer que pour tout $t\in\mathbb{R}$, pour tout point M de $\mathcal{D}_t$ de coordonnées (x,y,z) on a $x^2-z^2=2y-1$.
4. Réciproquement, montrer que pour tout point $M(x,y,z)$ qui vérifie $x^2-z^2=2y-1$, il existe t (que l'on calculera) tel que M appartient à $\mathcal{D}_t$.