Exercice I. Dans le plan rapporté à un repère, tracer :
1. Les points $A(2,5)$, $B(-4,1)$, $C(6,-1)$. **2.** Les droites d'équation $y = 2x - 1$, $y = -5x + 31$ et $x - 5y - 27 = 0$.
Donner : **3.** une équation de la droite (AB) ; **4.** une équation de la droite perpendiculaire à (AB) passant par C ;
5. Les coordonnées de l'intersection de ces deux droites.

Exercice II. **1.** Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$. Ces vecteurs sont-ils colinéaires ?
2. Exprimer le vecteur $\vec{u}(2,2)$ comme une combinaison linéaire de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.
3. Démontrer que les vecteurs $\vec{u}(2,2)$, $\vec{v}(1,-3)$ et $\vec{w}(-3,2)$ ne forment pas une famille libre.

Exercice III. **1.** Parmi les points suivants lesquels sont alignés ?

$$A = (1,2) \quad B = (\frac{29}{5}, \frac{31}{7}) \quad C = (2, \frac{5}{2}) \quad D = (-1,-2) \quad E = (-\sqrt{12}+1, -\sqrt{3}+2)$$

2. Déterminer l'intersection de (AB) et (CD).

Exercice IV. **1.** Parmi les droites suivantes déterminer lesquelles sont parallèles, lesquelles sont concourantes, leurs points d'intersection.

$$D_1 \ : 3x - 2y + 1 = 0 \quad D_2 \ : y = 4x - 7 \quad D_3 \ : \begin{cases} x = 4t + 4 \\ y = 6t + 3 \end{cases}, t \in \mathbb{R}$$

$$D_4 \ : 5x + y = 20 \quad D_5 \ : 2x + 7y - 41 = 0.$$

2. Donner les coordonnées du projeté orthogonal de $A(3,5)$ sur D_3.
3. Déterminer la distance entre les droites D_1 et D_3.
4. Déterminer les équations de la parallèle et de la perpendiculaire à D_2 passant par $B = (-1,0)$.

Exercice V. Soit λ un réel non nul.
1. Donner l'équation de la droite D_λ passant par les points $A_\lambda = (\frac{1}{\lambda}, 0)$ et $B_\lambda = (0, \lambda)$.
2. Soit $M = (x,y)$ un point du plan. Donner tous les λ tels que $M \in D_\lambda$.
3. Décrire $\cup_{\lambda \in \mathbb{R}^\star} D_\lambda$.

Exercice VI. Démontrer que trois points du plan $A(x_A, y_A)$, $B(x_B, y_B)$ et $C(x_C, y_C)$ sont alignés si, et seulement si, le déterminant $\begin{vmatrix} x_A & y_A & 1 \\ x_B & y_B & 1 \\ x_C & y_C & 1 \end{vmatrix}$ est nul.

Exercice VII. Pour un paramètre réel m on considère la droite D_m d'équation

$$3mx + (1-2m)y - 3 = 0.$$

1. Démontrer que, lorsque le paramètre m varie, les droites D_m sont concourantes en un point A que l'on déterminera.
2. Quelle est l'unique droite passant par A qui n'appartient pas à la famille $(D_m)_{m \in \mathbb{R}}$?
3. Pour les différentes valeurs du paramètre m, déterminer les positions reatives de la droite D_m et de la droite Δ_m d'équation : $-4x + my + 2 = 0$.

Exercice VIII. Soit A et B deux points distincts du plan et $k \in \mathbb{R}$. Déterminez les ensembles des points M tels que

1. $\overrightarrow{MA} . \overrightarrow{MB} = k$; **2.** $\dfrac{MA}{MB} = k$; **3.** $MA + MB = k$.

4. Donnez les équations des tangentes à la conique trouvée précédemment.

5. $MA^2 + MB^2 = k$; **6.** $|MA^2 - MB^2| = k$.

Exercice IX. Dans le plan rapporté à un repère euclidien on considère la droite D d'équation $2x-3y = 5$. Soit $M(x_0, y_0)$ un point du plan. Déterminer les coordonnées des points

1. $M_1 = p(M_0)$ le projeté orthogonal de M_0 sur la droite D ;

2. $M_2 = s(M_0)$ le symétrique de M_0 par rapport à la droite D.

Exercice X. **1.** Donner une équation cartésienne du cercle $\mathcal{C}$ de centre $A(1, 2)$ passant par $B(4, -2)$.

2. Donner une équation cartésienne de la tangente au cercle $\mathcal{C}$ passant par B.

3. Donner les équations des tangentes au cercle $\mathcal{C}$ passant par le point $D(8, 3)$.

Exercice XI. **1.** On considère la droite D d'équation $y = 2x - 3$. Soit H le projeté orthogonal de O sur D. Soit M un point quelconque de la droite D.

a. Dans le triangle OMH exprimer OM en fonction de l'angle $\theta = (O, \vec{\imath}, \overrightarrow{OM})$.

b. En déduire une une équation polaire de la droite D – c'est-à-dire exprimer $r = OM$ en fonction de θ.

2. Donner l'équation polaire d'une droite ne passant pas par l'origine.

3. Donner l'équation polaire d'un cercle centré sur l'axe des abscisses et passant par l'origine.

Exercice XII. **1.** Démontrer que par trois points non-alignés du plan euclidien il passe exactement un cercle.

2. Le plan euclidien est muni d'un d'un repère orthonormé. On considère les points $A(5, 5)$, $B(-1, 5)$ et $C(-2, -2)$.

a. Démontrer que les points A, B et C ne sont pas alignés.

b. Déterminer le cercle passant par A, B et C.

3. Démontrer que le cercle de centre $D(4, 2)$ et de rayon $5 - \sqrt{5}$ est tangent au cercle de la question précédente.

Exercice XIII. Dans le plan affine euclidien muni du repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$, on considère la droite $\mathcal{D}$ d'équation $3x + 4y - 7 = 0$ et le point A de coordonnées $(4, 5)$.

1. Faire une figure.

2. Donner un vecteur directeur u et un vecteur normal n de $\mathcal{D}$.

3. soit $H(x, y)$ un point du plan. À quelle condition sur x et y les droites (AH) et $\mathcal{D}$ sont-elles perpendiculaires ?

4. Donner les coordonnées de B projeté orthogonal de A sur $\mathcal{D}$.

5. Soit $M(x, y)$ un point du plan, calculer les distances AM et $d(M, \mathcal{D})$ en fonction de x et y.

6. Donner une équation de l'ensemble $\mathcal{P}$ des points équidistants de A et $\mathcal{D}$:

$$\mathcal{P} = \{M \mid AM = d(\mathcal{D}, M)\}.$$

On considère le point $\Omega(1, 1)$ et les vecteurs $e(\frac{-4}{5}, \frac{3}{5})$ et $f(\frac{3}{5}, \frac{4}{5})$.

7. Montrer que (Ω, e, f) est un repère orthonormé.

8. Donner une équation de $\mathcal{D}$ et les coordonnées de A dans le repère (Ω, e, f).

9. En déduire une équation de $\mathcal{P}$, l'ensemble des points équidistants de A et $\mathcal{D}$, dans le repère (Ω, e, f).