Exercice I. On considère les droites du plan d'équation $D_1 : \ 3x - 2y + 1 = 0$ et $D_2 : \ 5x - 3y + 1 = 0$.
1. Ces droites sont-elles parallèles ? Sécantes ? Perpendiculaires ?
2. Déterminer l'intersection des droites D_1 et D_2.
3. Soit p la projection du plan sur la droite D_1 parallèlement à la droite D_2.
a. Déterminer l'image $A' = p(A)$ par p du point $A(2, 4)$.
b. Déterminer tous les points M du plan tels que $p(M) = B$ où $B(3, 5)$.
c. Pour un point $M(x, y)$ quelconque du plan, déterminer les coordonnées de $p(M)$.
d. Soit $\vec{u}$ un vecteur directeur de D_1 et $\vec{v}$ un vecteur directeur de D_2. Pour un point M de coordonnées (X, Y) par rapport au repère $(B, \vec{u}, \vec{v})$ déterminer les coordonnées de $p(M)$ par rapport à ce même repère.

Exercice II. Par rapport à un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$, on considère la transformation s du plan qui à un point $M(x, y)$ associe le point $s(M) = M'(2 - y; 2 - x)$.
1. Déterminer les points fixes de s.
2. Soit M un point du plan et $M' = s(M)$ son image par s. Démontrer que le milieu du segment $[MM']$ est fixe par s.
3. Vérifier que s conserve les longueurs.
4. Conclure en donnant la nature de s.
5. On considère la transformation s' du plan qui à un point $M(x, y)$ associe le point

$$s'(M) = M'(3 - y; 1 - x).$$

a. Cette transformation s' a-t-elle des points fixes ?
b. Trouver une translation t telle que $s' = t \circ s$.
c. Démontrer que la droite d'équation $x + y - 2 = 0$ est globalement invariante par s'.
d. Quelle est la nature de s'.

Exercice III. **1.** Démontrer qu'une isométrie conserve les angles. De quels angles s'agit-il ici ?
2. Démontrer qu'une homothétie conserve les angles.

Exercice IV. On considère ABC un triangle non-plat, I, J et K les milieux des segments $[BC]$, $[AC]$ et $[AB]$, G le centre de gravité, O le centre du cercle circonscrit et H l'orthocentre.
1. Soit h l'homothétie de centre G qui transforme I en A.
a. En utilisant les propriétés du barycentre partiel donner le rapport de h.
b. Démontrer que h transforme la médiatrice de $[BC]$ en la hauteur issue de A.
2. Conclure que les points O, G et H sont alignés et préciser le rapport des longueurs entre ces trois points.

Exercice V. Dans le plan munit d'un repère orthonormé, on considère les points $A(1, 0)$ et $B(-1, 2)$. On considère l'homothétie h de centre A et de rapport 3 et l'homothétie h' de centre B et de rapport $\frac{1}{2}$.
1. Déterminer $A' = h'(h(A))$.
2. Soit Ω un point de la droite (AB) et $\alpha \in \mathbb{R}$ tel que $\overrightarrow{A\Omega} = \alpha \overrightarrow{AB}$
a. Exprimer $\overrightarrow{Ah(\Omega)}$ puis $\overrightarrow{Ah'(h(\Omega))}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$
b. Décrire l'unique point fixe de $h' \circ h$.
c. Conclure en donnant la nature de $h' \circ h$.

Exercice VI. On considère deux droites D et D' du plan. En fonction de la position relative de D et D' décrire $s_{D'} \circ s_D$ où s_D et s'_D sont les sysmétries axiales par rapport à D et D' respectivement.

Exercice VII. L'espace et le plan sont rapportés à des repères orthonormés.
On considère le cube unité dans l'espace (c'est à dire le cube de côté 1, dont l'orgine est un sommet et dont les côtés sont parallèles aux axes du repère).
On considère l'application p qui à un point $M(x, y, z)$ de l'espace associe le point $M'(x + \frac{y}{2}, z + \frac{y}{3})$ du plan.
1. Calculer et dessiner l'image du cube unité.
2. Démontrer que l'application p conserve les milieux et l'alignement.
3. Déterminer tous les points de l'espace qui sont envoyés par p sur le point $N'(1, 0)$.

Exercice VIII. Soit D une droite du plan et F un point hors de D. On considère l'ensemble des points $\mathcal{P}$ équidistants de D et F.
1. Soit O le projeté orthogonal de F sur D, $\vec{i}$ un vecteur directeur unitaire de d et $\vec{j} = \frac{\overrightarrow{OF}}{OF}$.
a. Démontrer que $(O, \vec{i}, \vec{j})$ est un repère orthonormé.
b. Pour un point M de coordonnées (x, y) par rapport à ce repère, calculer $d(M, D)$ et MF.
c. En posant $f = OF$, démontrer que $\mathcal{P}$ est la courbe d'équation $y = \frac{1}{2f}x^2 + \frac{f}{2}$.
2. Soit M un point de $\mathcal{P}$ et H le projeté orthogonal de M sur D.
a. Donner une équation de la médiatrice du segment $[FH]$.
b. Déterminer les intersections de cette médiatrice avec $\mathcal{P}$.
c. Conclure en décrivant la construction des tangentes à $\mathcal{P}$.
3. Démontrer qu'un rayon lumineux perpendiculaire à la directrice D se reflète sur la parabole en passant par F.