

Corrigé de l'interrogation écrite du 24 janvier 2012

Soit $u \neq \vec{0}$.

Questions de cours

1. Les éléments de $\mathbb{R}u$ sont les vecteurs de la forme λu , où λ est un scalaire.
[On peut aussi rappeler la définition : $\mathbb{R}u = \{\lambda u \mid \lambda \in \mathbb{R}\}$.]
2. L'interprétation géométrique de l'ensemble $\mathbb{R}u$ est la droite de vecteur directeur u passant par l'origine O .
[Autrement dit, si $u = \overrightarrow{OP}$, l'interprétation géométrique de l'ensemble $\mathbb{R}u$ est la droite (OP) .]
3. $\mathbb{R}u = \mathbb{R}(-u)$.
4. $\mathbb{R}u \subset \mathbb{R}^2$.
[L'inclusion est stricte].

Exemples

1. Un système d'équations paramétriques pour la droite $\mathbb{R}(\vec{i} - \vec{j})$ est $\begin{cases} x = \lambda, \\ y = -\lambda. \end{cases}$
[Lorsqu'il y a un seul paramètre, il est courant de l'appeler t plutôt que λ .]
2. Une équation cartésienne de la droite $\mathbb{R}(\vec{i} - \vec{j})$ est $x + y = 0$.
[Elle s'écrit aussi $y = -x$.]
3. Un vecteur directeur de la droite d'équation $x + 2y = 0$ est $u = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$.

Démonstrations

1. Si $v, w \in \mathbb{R}u$, alors on a des scalaires λ, μ tels que $v = \lambda u$ et $w = \mu u$, d'où $v + w = (\lambda + \mu)u \in \mathbb{R}u$.
2. Si λ est un scalaire et si $v \in \mathbb{R}u$, alors on a un scalaire μ tel que $v = \mu u$, d'où $\lambda v = \lambda \mu u \in \mathbb{R}u$.
3. Si λ, λ' sont des scalaires et si $\lambda u = \lambda' u$, alors on a $(\lambda - \lambda')u = \vec{0}$.
Comme $u \neq \vec{0}$, on a $\lambda - \lambda' = 0$, c'est-à-dire $\lambda = \lambda'$.
[On utilise en fait l'exercice 5.]