Corrigé de l'interrogation écrite 2

Exercice 1 :

1. On a $u = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix}$.
2. Une *équation cartésienne* de la droite $\mathcal{D}$ est $2x - 3y = 0$.
3. Un générateur de $\mathcal{D}$ est $v = 3\vec{\imath} + 2\vec{\jmath}$, d'où le système paramétrique $\begin{cases} x = 3\lambda, \\ y = 2\lambda. \end{cases}$

Exercice 2 :

4. On a $\|\lambda u\| = |\lambda| \|u\|$.
   Si $u \neq \vec{o}$, l'ensemble des vecteurs unitaires colinéaires à u est donc $\{\frac{1}{\|u\|}u, \frac{-1}{\|u\|}u\}$.
5. On a $\langle u, v - \lambda u \rangle = \langle u, v \rangle - \lambda \langle u, u \rangle = \langle u, v \rangle - \lambda \|u\|^2$.
   Si $u \neq \vec{o}$, le *projeté orthogonal du vecteur* v *sur la droite* $\mathbb{R}u$ est donc λu où $\lambda = \dfrac{\langle u, v \rangle}{\|u\|^2}$.
6. On a :

$$\|u+v\|^2 = \langle u+v, u+v \rangle = \langle u, u \rangle + \langle v, u \rangle + \langle u, v \rangle + \langle v, v \rangle = \|u\|^2 + 2\langle u, v \rangle + \|v\|^2,$$
$$\|u-v\|^2 = \langle u-v, u-v \rangle = \langle u, u \rangle - \langle v, u \rangle - \langle u, v \rangle + \langle v, v \rangle = \|u\|^2 - 2\langle u, v \rangle + \|v\|^2.$$

   Une condition nécessaire et suffisante pour que $\|u + v\| = \|u - v\|$ est donc $\langle u, v \rangle = 0$, c'est-à-dire $u \perp v$.