Des plumes aux entrelacs :
une géométrie de l'espace interdit

Anne Pichon

> *« Rêver les courbes, c'est tenter de penser un chemin qui ne serait ni la route marchande, oublieuse de la forêt, ni le* Holzweg*, pressé d'aller vers un lieu précis du bois : plutôt un sentier sinueux, errant au gré des mouvements du terrain. Peut-être menait-il un jour quelque part. Mais on a oublié, on ne sait plus. »*
> Gilbert Lascault[1]

Carré, Trapèze, Triangle bombé, Cylindre vertical, Géométrie, Deux plans parallèles…Ce sont autant de titres choisis par l'artiste plasticienne Isa Barbier pour ses installations constituées de plumes de goélands ou de pétales de roses fixés par de la cire sur des fils très fins, de coton ou de nylon, qui pendent verticalement.

Évidemment, ces titres évoquent des concepts mathématiques, des figures géométriques. Ils décrivent, nomment une forme, le plus souvent une surface ou un volume, suggéré, esquissé par la position des plumes. C'est cet objet géométrique que cherche à identifier l'observateur lors des premiers instants. Ensuite, il se passe autre chose…

Chacune de ces installations, d'une simplicité, d'une légèreté, d'un dépouillement extrême, invite paradoxalement à une exploration d'espaces géométriques multiples et parfois très complexes, bien au-delà de la figure géométrique simple évoquée par son titre et confirmée par le premier regard. En fait, il s'agit d'une approche et d'une expérimentation intuitive de champs et de phénomènes fondés sur l'idée suivante, familière des mathématiciens qui travaillent en topologie - une sorte de géométrie souple : installer (un mathématicien dira *plonger*) un objet dans l'espace tridimensionnel, c'est en particulier condamner, interdire l'accès de l'espace occupé par l'objet, c'est-à-dire contraindre l'observateur à se mouvoir physiquement ou mentalement autour, dans l'*espace complémentaire*, laissé libre. Si l'objet plongé, installé, peut être géométriquement très simple, - un cercle, des points, des droites, une surface -, l'espace complémentaire peut être, lui, d'une simplicité absolue ou d'une infinie complexité, selon la nature de l'objet plongé, mais aussi et surtout selon sa place dans l'espace.

On peut considérer que ce plongement est un acte de transformation - de transfiguration ? - de l'espace tridimensionnel, et que l'espace autour, complémentaire, en est le résultat – l'apparition ? - comme une érosion du vide, une sculpture en négatif.

Presque chaque installation d'Isa Barbier me renvoie à cette idée, m'immerge dans une sculpture du vide. Je vais essayer de décrire cette approche, qui est sans aucun doute influencée, peut-être éclairée, peut-être à l'inverse rétrécie par mon expérience de mathématicienne.

---

[1] Gilbert Lascault, *Boucles et nœuds*, coll. Le Commerce des Idées, éd. Balland, 1981, p. 25.

Revenons à l'observateur qui découvre, par exemple, l'installation éphémère dans le lavoir de Lacoste en juillet 2002 (photo ci-dessus). En premier lieu, il ressent la légèreté des plumes, la finesse des fils, la fragilité de l'ensemble, ses imperceptibles mouvements, autant d'incitations au silence, à l'attention, au retrait, à rester en dehors du grand espace tridimensionnel occupé par l'installation, dans un contournement distancié et respectueux. Ce grand cylindre vertical fait de plumes, de fils et d'air est définitivement un espace interdit au corps de l'observateur, qui ne pourra que se mouvoir autour.
Mais si ce volume est géométriquement un espace solide, tridimensionnel, interdit à toute transgression physique, il est aussi transparent, constitué seulement de fils, de plumes, et surtout de vide : « Ces formes, qui « confondent présence et absence », apparaissent dans une indétermination, celle-même qui refuse le rétrécissement du fini, en ouvrant vers une liberté, une légèreté, une respiration ? »[2].
L'observateur, qui sait quitter mentalement son corps, se projette dans le volume de l'installation, se faufile au cœur de l'œuvre, comme happé par sa transparence ; il se met à voyager autour des plumes, entre les fils, le long de chemins imaginaires. Physiquement, il tourne autour de l'installation, se penche, scrute à travers, au-delà, dans une recherche de la définition d'un nouvel espace interdit, volatile, ambigu et de son contournement. Autour des plumes/points, des fils/droites, autour d'une surface ou d'un volume esquissé ; il se met à expérimenter ces différents espaces, change de point de vue, d'espace interdit, selon l'éclairage, sa position autour de l'installation, et son désir de jouer avec l'ambiguïté de l'espace de l'œuvre.
Au premier regard, il pressent, reconstitue un objet géométrique, carré, trapèze, sphère, …, esquissé, suggéré par la position des plumes, par leur arrangement, leur trame discrète. En faisant varier sa position dans l'espace, il peut augmenter visuellement la densité des points sur la trame, jusqu'à les faire se rejoindre, créant visuellement une surface ou un volume, obstacle visuel, mais aussi obstruction spatiale. Il peut jouer avec la définition même de cet obstacle visuel, la modifier, se laisser par exemple surprendre, en contournant le lavoir de

---

[2] Isa Barbier, *Journal de la Fondation pour l'Art Contemporain*, n°1, Miramas, février 2004.

Lacoste, par la métamorphose du tapis léger et fragile de plumes en un œil dense au regard lumineux (photo ci-contre). Cette surface ou ce volume peut être parfois contourné, mais il peut aussi être une barrière infranchissable et séparer l'espace tridimensionnel en plusieurs parties disjointes, enfermant l'observateur dans l'une d'elles, lui interdisant l'accès aux autres et augmentant ainsi la sensation d'obstruction spatiale. Par exemple, une sphère, un plan infini séparent l'espace en deux parties : pour un observateur situé d'un côté de la surface, les points situés de l'autre côté deviennent inaccessibles. C'est ce qui se produit pour l'installation *Géométrie*, qui peut être vue comme une surface qui se prolonge à l'infini.

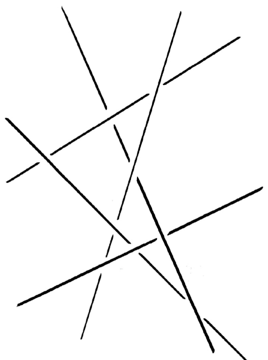
Mais à son tour cette surface ou ce volume est un espace paradoxal, ambigu : géométriquement, c'est un solide, une surface, un volume, un obstacle ; en fait, il n'est qu'une trame de plumes/points séparés par de gigantesques espaces vides que l'on peut traverser, une transparence qui invite à la transgression, à investir des espaces plus vastes qui se contentent d'exclure les plumes, ou les fils.

Parfois, la lumière et la position de l'observateur rendent les fils invisibles. Dans une hallucination transparente, celui-ci ne voit que des plumes, des pétales, un ensemble de points suspendus dans l'air, en lévitation, une installation pointilliste selon les propres termes d'Isa Barbier. Cette lévitation subtilement mouvante des plumes, évoque le vol libre d'un oiseau, la légèreté du presque vide, une chute arrêtée, un temps suspendu, qui invite l'observateur à faire totalement abstraction de l'existence, de l'entrave des fils. Son cheminement aérien autour des plumes ou des pétales devient une expérience de liberté spatiale.

Dans d'autres configurations, les fils peuvent aussi devenir prépondérants, se hérisser tels des tiges d'acier. L'espace interdit s'est étendu ; il inclut maintenant les fils. L'observateur se met à cheminer autour de ces fils, à évoluer dans un espace qui lui semble tout à coup très complexe, où les chemins sont multiples, où le contournement de chaque fil impose un choix, à droite ou à gauche.

Ainsi, Isa Barbier en installant des plumes/points, des fils/droites, et en esquissant la présence d'une surface ou d'un volume, immerge l'observateur dans la sculpture en négatif qu'est l'espace autour. Mais elle nous laisse dans l'ambiguïté de l'objet installé, de l'espace interdit, quelque chose de l'ordre de la suggestion, de l'invitation. L'axiome est flottant, l'espace indécis. Plumes, fils, surfaces, ou bien entre-deux. Cette expérience suscite un certain nombre de questions. En premier lieu, quel est le sens de cette quête cheminante dans l'espace complémentaire, de cette recherche du contournement ? Pourquoi ces impressions de liberté, de simplicité lorsqu'on évolue autour des plumes, et d'entrave, de complexité lorsqu'on chemine autour des fils ? Au-delà de la puissance évocatrice, métaphorique, des plumes et des fils, le mathématicien reconnaît dans cette quête et ces perceptions l'intuition de notions géométriques, ou plutôt topologiques, que je vais essayer d'expliquer maintenant.

Car le mathématicien topologue sculpte aussi en négatif, à cette différence que chez lui, rien n'est ambigu : il fixe ses axiomes et impose ses espaces. Il choisit un objet géométrique, un cercle, des droites, une surface. Il plonge, installe cet objet dans l'espace tridimensionnel, et étudie le résultat de son acte, en particulier l'espace complémentaire autour de l'objet, qu'il espère le plus complexe possible. Par exemple, l'installation de droites dans l'espace tridimensionnel (fig. 1.a) s'appelle, en géométrie, un *arrangement de droites*. Le plongement

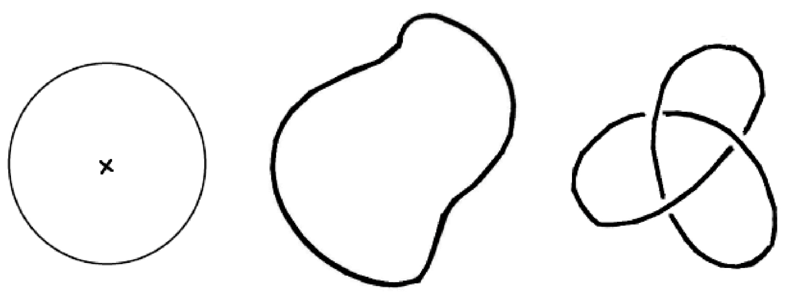


(a) (b)

Fig.1

parallèle – intuitivement le plus simple – est celui réalisé par les fils d'Isa Barbier. On peut aussi installer des cercles (fig. 1.b), ou tout autre objet géométrique.

Cependant, les installations d'Isa Barbier ne sont pas tout à fait d'ordre géométrique : par définition, la géométrie *mesure la terre*. Or, chez Isa Barbier, il n'est jamais question de métrique, de mesure de distance, tant dans l'œuvre elle-même que dans la démarche d'exploration de l'observateur, mais au contraire d'une approche des espaces qui met en exergue les formes et ignore les distances. En effet, les fils et les plumes vibrent au moindre souffle d'air, dans un mouvement fluide, sans rupture. L'espace complémentaire, autour des fils, autour des plumes, est lui-même déformé élastiquement, sa géométrie est détruite, seule sa forme est conservée. Il ne s'agit donc pas de géométrie, au sens premier du terme, mais d'une géométrie souple, que les mathématiciens appellent *topologie*, où les objets considérés sont des espaces non rigides, comme en caoutchouc, que l'on peut déformer sans rupture. Par exemple, en géométrie, un cercle est l'ensemble des points du plan qui sont situés à une même distance d'un point central. En topologie, on utilise une définition plus souple, qui permet de définir un cercle de façon intrinsèque, sans faire référence à son environnement, et en particulier sans référence à son centre. Un *cercle topologique* est une courbe (pensez à une corde) fermée (fig. 2), c'est-à-dire un espace de dimension 1 qui possède la propriété suivante : si une fourmi myope se promène sur le cercle toujours dans la même direction, au bout d'un certain temps, elle revient à son point de départ, qu'elle aura pris soin de repérer au préalable en y laissant une marque. Une *droite topologique* est une courbe infinie non fermée ; la fourmi n'y revient jamais à son point de départ. En topologie, le cercle et la droite sont les deux seuls espaces de dimension 1 sans bord.



cercle géométrique *cercles topologiques*

Fig.2

Je ne peux m'empêcher de signaler au passage l'astucieux dispositif mis au point par Gilbert Garcin dans son autoportrait photographique *Le moulin de l'oubli*[3], où cheminant sur un cercle tracé dans le sable, il efface sa propre trace au fur et à mesure de son avancée en aplanissant la partie du chemin diamétralement opposée à l'aide d'un rouleau compresseur axé au centre du cercle. Il a alors l'impression de cheminer sur une droite, et non sur un cercle, puisque foulant à chaque pas un sol vierge de toute trace, il ne retrouve jamais son point de départ. Cependant, l'utilisation du rouleau compresseur axé au centre suppose que le

[3] Gilbert Garcin et Anne-Marie Garat, *Simulacres, éd.* Filigranes, 2002.

dispositif n'est pas intrinsèque au chemin : ce cercle n'en est pas un au sens topologique, puisqu'il a un centre fixé.
L'installation d'objets topologiques plutôt que géométriques dans l'espace tridimensionnel permet de réaliser des espaces beaucoup plus riches. Par exemple, celle d'un cercle topologique crée un espace que l'on peut rendre aussi compliqué que l'on veut : pour installer un cercle topologique, prenez une corde fermée, coupez la corde, faites (éventuellement) un nœud (au sens commun du terme), puis recollez les deux extrémités ensemble. En topologie, le résultat de cette opération s'appelle un *nœud*. Si l'on installe plusieurs cercles disjoints, le résultat s'appelle un *entrelacs*[4]. À titre d'exemples, quelques nœuds et entrelacs sont dessinés sur la figure 3, en particulier, le *nœud trivial*, qui est le nœud le plus simple, et qui, bien qu'étant « non noué » au sens commun du terme, est bien un nœud au sens mathématique.

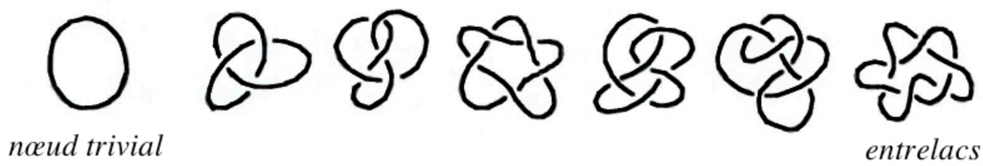


Fig. 3

Puisque l'on travaille en topologie, c'est-à-dire en géométrie souple, on considérera que les cordes dont sont faits les nœuds sont élastiques, et que deux nœuds sont équivalents si l'on peut déformer l'un en l'autre dans l'espace tridimensionnel continûment, sans rupture de la corde.
On peut évidemment réaliser des nœuds aussi « compliqués » que l'on veut. Cependant, le lieu du nœud, c'est-à-dire l'ensemble des points de la corde, est toujours un cercle topologique. Pour s'en convaincre, il suffit de faire le test de la fourmi myope. Donc, en lui-même, le lieu de n'importe quel nœud est aussi simple que le lieu du nœud trivial. En revanche, l'espace complémentaire, peut être beaucoup plus complexe que le complémentaire du nœud trivial. Autrement dit, ce n'est pas le lieu du nœud qui porte la complexité, l'essence du nœud, mais son espace complémentaire, c'est-à-dire l'espace en dehors, autour de la corde.
Cette remarque se généralise à n'importe quel autre objet plongé, par exemple un ensemble de fils - ou de droites topologiques - comme chez Isa Barbier : intrinsèquement, l'objet installé est identique à l'objet initial, tandis que la complexité de l'acte d'installation est reflétée par l'espace complémentaire.
C'est pourquoi lorsque le mathématicien topologue installe un objet dans l'espace, il s'intéresse à l'espace complémentaire plutôt qu'à l'objet plongé lui-même, à l'instar de l'observateur des installations d'Isa barbier. Comment procède-t-il pour étudier, explorer un espace - par exemple, l'espace complémentaire d'un nœud, ou dans les installations d'Isa Barbier, l'espace autour des plumes, des fils, des surfaces esquissées - définir sa complexité et l'évaluer ? En topologie, il existe pour cela de nombreux procédés. L'un d'eux, sans doute le plus naturel, consiste à formaliser le cheminement mental de l'observateur décrit au début de ce texte. Explorer, c'est en effet cheminer ; on fixe un point A dans l'espace - par exemple dans le complémentaire d'un objet installé - et l'on étudie tous les chemins possibles dans

---

[4] Il existe une littérature abondante traitant de la théorie mathématique des nœuds et entrelacs.Pour une introduction accessible aux non-mathématiciens, on peut mentionner A. Sossinsky, *Nœuds, genèse d'une théorie mathématique*,cool. Science Ouverte, éd. Seuil, 1999. En particulier, signalons la table des nœuds topologiques les plus simples (jusqu'à sept « croisements ») donnée page 31 ; pour une introduction plus technique, voir le cours de Raymond Lickorish, *An introduction to knot theory*, Coll. Graduate Texts in Mathematics, n°175, éd. Springer, 1997.

l'espace qui partent de A et qui reviennent en A. Quelques chemins dans l'espace complémentaire d'un nœud trivial sont représentés sur la figure 4.
Notons que le chemin le plus simple est le *chemin constant*, c'est-à-dire celui qui consiste à rester immobile en A. On considère que deux chemins d'origine et d'extrémités A sont équivalents – en topologie, on dit *homotopes* – si l'on peut passer de l'un à l'autre par une déformation continue, sans rupture, comme en déplaçant un élastique dont les deux extrémités sont fixées en A. Par exemple, sur la figure 4, dans l'espace complémentaire du nœud trivial, le chemin α est homotope au chemin constant, les chemins β et γ sont homotopes, alors que les chemins α et β ne le sont pas puisque le nœud fait obstacle à la déformation continue du chemin α en le chemin β. Le chemin δ n'est homotope à aucun des chemins α, β et γ.

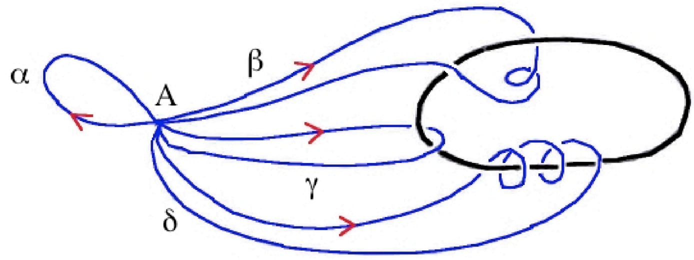


Fig. 4

En topologie, l'ensemble des chemins d'origine et d'extrémité A considérés à homotopie près - autrement dit en convenant que deux chemins homotopes sont les mêmes - s'appelle le *groupe fondamental* de base A[5].
Lorsque l'observateur tisse mentalement des chemins au cœur des installations d'Isa Barbier, c'est, consciemment ou non, le groupe fondamental de l'espace autour des plumes, des fils ou des surfaces esquissées, qu'il expérimente. Que tire-t-il intuitivement de cette expérience ?
Partons de l'espace tridimensionnel usuel, vide. C'est l'espace le plus simple possible. On voit d'ailleurs facilement que deux chemins partant et revenant en un même point A sont toujours homotopes. Autrement dit, choisir un chemin plutôt qu'un autre est sans enjeu, puisque ces chemins sont tous équivalents. Maintenant, installons des plumes, autrement dit un nombre fini de points, dans l'espace ; dans l'espace complémentaire, les chemins basés en un point fixé A sont deux à deux homotopes, comme dans l'espace tridimensionnel initial. En effet, étant données deux tels chemins, on peut toujours déformer élastiquement l'un en l'autre dans cet espace complémentaire en « contournant » les points. En particulier, tout chemin d'origine et d'extrémité A est homotope, au chemin constant qui correspond à la position statique au point A. Ainsi, virevolter dans l'espace vide ou autour de points est une action libre, légère, gratuite, équivalente à celle de rester au même point, statique.
À présent, installons dans l'espace tridimensionnel un objet de dimension 1, par exemple une droite, ou un cercle, et choisissons un point A dans son espace complémentaire. Il existe alors une infinité de chemins de A à A deux à deux non équivalents, ce qui signifie que cet espace complémentaire est très complexe. À titre d'exemple, considérons une droite (un fil de nylon qui pend du plafond), ou bien le nœud trivial (un cercle non noué) et fixons un point A dans son espace complémentaire. Un chemin d'origine et d'extrémité A dans ce complémentaire

[5] Sans entrer dans trop de détails mathématiques, signalons, pour ceux qui connaissent un peu d'algèbre, que l'on peut définir une loi interne de composition des lacets qui fait du groupe fondamental un groupe au sens algébrique du terme. Pour plus de détails, Claude Godbillon, *Elements de Topologie algébrique*, coll. Méthodes, éd. Hermann, 1971.

est caractérisé à homotopie près par le nombre de tours qu'il réalise dans un sens ou dans l'autre autour de cette droite[6].
Augmentons encore la dimension de l'objet plongé : installons une surface sans bord dans l'espace tridimensionnel, par exemple une sphère, et prenons le point de vue d'un observateur situé en un point A extérieur à cette sphère. Alors comme dans les cas précédents, tout chemin d'extrémités A est homotope au chemin constant par une déformation élastique dans l'extérieur de la sphère, l'extérieur de la sphère se comportant ici comme l'espace complémentaire d'un point. Cependant, un autre phénomène topologique rend différente l'expérience de l'observateur : la surface sépare l'espace en deux parties disjointes, son intérieur et son extérieur. Elle fait donc obstacle, dans le sens où d'un point extérieur A à un point intérieur B, il n'existe aucun chemin dans son complémentaire. Pour un observateur situé par exemple à l'extérieur, au point A, l'espace interdit ne se limite donc pas à la sphère, il inclut aussi son intérieur. On aboutit ainsi à la fois à une situation de trivialité de l'espace extérieur et d'interdiction d'accès de l'espace intérieur.
L'installation d'un tore dans l'espace tridimensionnel est un exemple beaucoup plus intéressant. Appelons *tore plein* le volume de révolution obtenu en faisant tourner un disque autour d'un axe disjoint situé dans le même plan (autrement dit, un tore plein ressemble à un beignet de pomme). On peut définir un *tore* comme la surface-bord d'un tore plein. Plonger, installer un tore dans l'espace tridimensionnel équivaut à y installer un tore plein, puis à ne considérer que la surface-bord de l'objet installé. On obtient alors un tore éventuellement noué (fig. 5). Observons maintenant l'espace complémentaire de ce tore. Comme dans l'exemple de la sphère, le tore sépare l'espace en deux parties disjointes, son intérieur et son extérieur. Mais du point de vue du groupe fondamental, l'extérieur du tore n'est pas trivial. En fait, il est de même complexité que celle du complémentaire du nœud décrit par l'âme (le centre) du tore plein initialement plongé. Il s'agit donc d'un espace qui peut être rendu aussi complexe que l'on veut, suivant le choix du plongement. Signalons au passage que ce fascinant phénomène de plongement d'un tore a été remarqué et utilisé au titre de métaphore par des non-mathématiciens, Jacques Lacan par exemple : « Quoi que vous fassiez avec la surface d'un tore, vous ne ferez pas un nœud. Mais par contre, avec le lieu du tore, (…) vous pouvez faire un nœud. C'est en quoi, permettez-moi de vous le dire, le tore, c'est la raison, puisque c'est ce qui permet le nœud »[7].

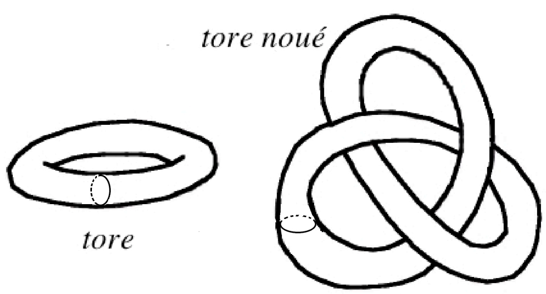


Fig.5

L'expérience de contournement autour des fils, des plumes, des surfaces, s'apparente donc à un jeu de passage d'un niveau de complexité à l'autre, et dans chaque niveau, à une démarche d'exploration de l'espace complémentaire par le tissage d'un réseau de chemins, une expérimentation intuitive de son groupe fondamental portée par la fascination pour la complexité infinie de l'entre-fils, et pour ce passage subtil par le jeu de l'oubli des fils, de l'entrave, à la plus humble simplicité des plumes en lévitation.

---

[6] En effet, on devine d'après ce qui précède que deux chemins dans le complémentaire du nœud trivial ou d'une droite sont homotopes s'ils réalisent le même nombre de tours dans le même sens autour du nœud ou de la droite. Ainsi, le groupe fondamental du complémentaire peut être représenté par l'ensemble des entiers { ….,-3,-2,-1,0,1,2,3,…,}, chaque entier comptant le nombre de tours réalisé par les chemins correspondants autour du nœud trivial ou de la droite. Lorsqu'on installe n droites (n fils parallèles), le groupe fondamental du complémentaire est le groupe libre à n générateurs. Lorsqu'on installe un nœud non trivial, le groupe fondamental du complémentaire devient beaucoup plus compliqué à décrire et à étudier algébriquement.
[7] Jacques Lacan, *Le Séminaire*, livre XX, coll. Encore, éd. Seuil, 1975, p. 107-123.

En fait, ce qui crée cette complexité, cette simplicité, ou qui fait obstacle, c'est la *codimension* de l'objet plongé, installé, que l'on définit par la formule :

Codimension = Dimension de l'espace ambiant – Dimension de l'objet installé

Ici, la dimension de l'espace ambiant est 3 (c'est l'espace tridimensionnel). Lorsque l'objet installé est un ensemble de points (de plumes), il est mathématiquement de dimension 0, sa codimension est donc 3-0=3. Lorsqu'il s'agit d'un espace de dimension 1 (un arrangement de droites, un nœud, des fils, …), il a pour codimension 2. Enfin, lorsque l'on installe une surface ou bien un volume, les codimensions sont respectivement 1 et 0.

La codimension mathématique traduit le phénomène intuitif suivant : plus la codimension est grande, plus il y a de possibilités dans l'espace complémentaire de l'objet installé pour déformer les chemins, et plus l'impression de liberté est grande. A contrario, l'impression d'entrave augmente avec celle de l'espace installé. Ainsi, lorsque la codimension est égale à 3, il y a « suffisamment de place » dans l'espace complémentaire pour homotoper - c'est-à-dire déformer élastiquement - chaque chemin en le chemin constant ; le groupe fondamental contient donc un unique élément. Lorsque la codimension est trop petite, 0 ou 1, alors l'objet installé fait obstacle, ne peut pas toujours être contourné, et tous les points ne sont pas accessibles par un chemin à partir d'un point donné. Enfin, la codimension 2, celle des nœuds, des fils, est une situation charnière : il y a « suffisamment de place » dans l'espace complémentaire pour éviter les phénomènes d'obstacle, mais pas assez pour que tous les chemins soient homotopes au chemin constant. Cet espace devient alors « compliqué », et sa complexité est reflétée en particulier par son groupe fondamental. C'est bien sûr cette situation qui intéresse le mathématicien topologue. Cette remarque sur la codimension est le fondement de la théorie des nœuds : la complexité des entrelacs vient de ce que leur codimension dans l'espace tridimensionnel est 2. D'ailleurs, la théorie mathématique des nœuds ne se limite pas à l'étude des plongements de cercles dans l'espace tridimensionnel, mais plus généralement, étudie les plongements de sphères de dimension n dans des espaces de dimension n+2.

Ainsi, le cheminement autour de fils ou d'entrelacs plongés dans l'espace tridimensionnel est le point de vue le plus riche à la fois pour le mathématicien topologue et pour l'observateur des suspensions de plumes, celui qui permet d'obtenir par plongement de simples cercles ou de droites topologiques un espace complémentaire d'une infinie complexité. On peut dire que ce plongement, cette installation, atteint une forme de perfection topologique lorsque l'écart entre la minimalité, le dépouillement de la perception visuelle, autrement dit de la projection de l'objet dans un plan frontal, et la complexité de l'espace complémentaire est maximal. Cette perfection est réalisée dans les installations d'Isa Barbier ; En effet, la perception visuelle de l'arrangement des fils est bien minimale puisque ces fils sont parallèles ; dans une projection dans un plan frontal, l'arrangement apparaît sans croisements.

Par ailleurs, l'espace autour est de complexité maximale ; en effet, on peut démontrer (au sens mathématique) que tout arrangement de n droites géométriques se déforme continûment en un arrangement parallèle. Ceci montre que la complexité de l'espace autour des fils ne dépend pas de l'arrangement choisi, et donc, en particulier, que l'arrangement parallèle réalise la complexité maximale. Isa Barbier a peut-être eu l'intuition, a peut-être pressenti, ressenti, cette perfection topologique, puisqu'en évoquant sa démarche, elle parle « d'une forme dépouillée, minimale, la plus géométrique possible ».

Cette même question de perfection topologique, de minimalité visuelle, se pose pour les nœuds et entrelacs utilisés comme ornementations, le plus souvent sur des objets de culte, tels que ceux gravés sur certains mégalithes celtes datant du néolithique, ou bien ceux

apparaissant dans les enluminures du livre de Kells[8], ou bien encore, les entrelacs des ornementations architecturales arabes ou persanes[9]. La question est de savoir si les projections représentées sont minimales, c'est-à-dire si elles comportent un nombre minimal de croisements. Est-ce qu'en bougeant élastiquement ces entrelacs, sans rupture, on ne pourrait pas faire diminuer le nombre de croisements de leur projection ? En fait, la question de trouver une projection minimale d'un nœud donné est très difficile, c'est d'ailleurs l'une des questions essentielles de l'étude des nœuds et entrelacs, devenue discipline mathématique à la fin du XIXe siècle après des siècles de monopole par la marine, le bâtiment et le tricot[10]. L'objet de cette théorie est en effet de faire la liste exhaustive des nœuds à déformation continue près. Pour cela, on essaie de faire la liste de leurs projections minimales. Étant donné un entrelacs, nous dirons qu'une projection sur un plan est minimale si elle admet un nombre minimal de croisements à déformation continue près. Les mathématiciens ont produit beaucoup d'efforts pour dresser de telles listes pour un petit nombre de croisements, par exemple la table des nœuds à 7 croisements déjà signalée. Aujourd'hui on sait dresser une table exhaustive des nœuds dits premiers jusqu'à seulement 15 croisements grâce aux travaux récents de M. Thitlethwaite, J. Hoste et J. Weeks. Pour donner une idée de la difficulté d'une telle entreprise, signalons que cette table contient seulement 35 nœuds jusqu'à 8 croisements, mais 9988 nœuds à 13 croisements et 253293 nœuds à 15 croisements !
Revenons aux entrelacs des ornementations celtes et arabes. La question de leur perfection topologique se pose donc en ces termes : les projections représentées sont-elles minimales ? La réponse est oui. Pour le voir, il suffit de remarquer que les projections des nœuds et entrelacs du livre de Kells et des ornementations arabes et persanes sont toutes alternées sans croisements superflus, c'est-à-dire que lorsqu'on suit la courbe de la projection, les croisements rencontrés sont une succession alternée dessus-dessous-dessus-dessous, etc., sans que l'on rencontre deux fois consécutives le même croisement (voir la figure 6, où deux projections alternées du même nœud sont représentées, l'une avec croisement superflu, l'autre sans). Or on dispose du résultat suivant :

Théorème (Murasugi, Kaufmann, Thitlethwaite) : *Toute projection alternée sans croisements superflus d'un nœud alternable (c'est-à-dire admettant une projection alternée) admet un nombre minimal de croisements.*

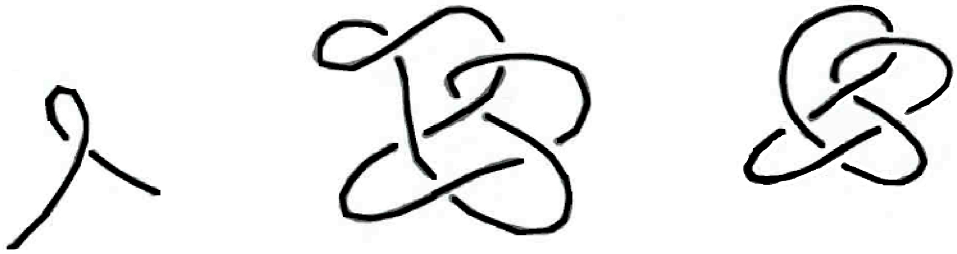
Autrement dit, ce résultat montre que la représentation alternée sans croisements superflus des nœuds est la plus dépouillée, minimale possible, et qu'elle s'inscrit dans une perfection topologique du même ordre que celle des installations d'Isa Barbier.

---

[8] Cf. par exemple, Bernard Meehan, *Book of Kells, An Illustrated Introduction to the Manuscript in Trinity College Dublin,* coll. Paperback, éd. Thames & Hudson, 1994.

[9] Cf. par exemple, Dominique Clévenot et Gérard Degeorge, *Décors d'Islam*, éd. Citadelles & Mazenod, 2000.

[10] Par exemple Clifford W. Ashley, *The Ashley Book of Knots* , Farber and Farber limited, 1947.
Réed. Et traduction : Clifford W. Ashley, *Le grand livre des nœuds*, coll. Voiles, éd Gallimard, 1979.



croisement superflu *avec croisement superflu* *sans croisement superflu*

Fig. 6

Ce choix des croisements alternés dans les nœuds et entrelacs ornementaux n'est sans doute pas fortuit. En effet, la nature des croisements est le plus souvent à peine visible ; ce qui prédomine dans la perception visuelle de ces entrelacs, c'est leur diagramme, c'est-à-dire leur projection sur un plan dessinée comme une courbe fermée, sans « lever le crayon », autrement dit sans préciser le choix « dessus » ou « dessous » à chaque croisement rencontré. On pourrait donc tout à fait modifier la nature des croisements sans vraiment modifier la perception visuelle globale de l'ornementation.

On peut même obtenir un nœud trivial (non noué) à partir du même diagramme de nœud par un choix judicieux des croisements. Il suffit pour cela de suivre la courbe du diagramme à partir de l'un quelconque de ses points et de faire le même choix, par exemple « dessus » à chaque nouveau croisement rencontré (essayez, vous verrez !). Un exemple est dessiné sur la figure 7.

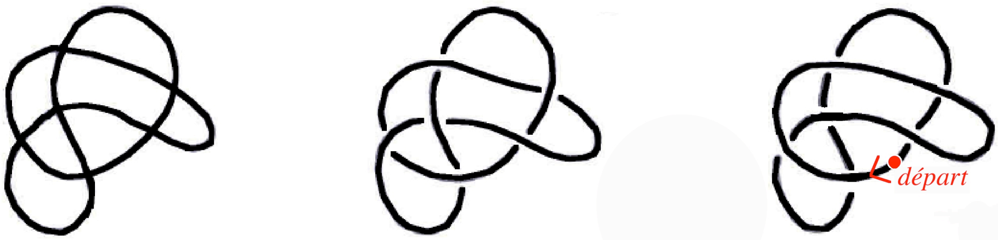


diagramme *nœud alterné* *nœud trivial*

Fig. 7

Par ailleurs, le théorème de Murasugi, Kaufmann et Thitlethwaite est très récent.En fait il avait été conjecturé vers 1870 par Peter Tait, l'un des fondateurs de la théorie des nœuds mathématiques, mais cette conjecture a résisté aux efforts des topologues pendant plus d'un siècle : ses démonstrations, obtenues indépendamment par Murasugi[11], Kaufmann[12] et Thitlethwaite[13], n'ont été publiées qu'en 1987. Bien sûr, les Celtes et les Arabes qui ont dessiné des nœuds et entrelacs alternés ne connaissaient pas ce théorème. Cependant, il semble qu'une intuition naturelle les a guidés dans leur choix des croisements alternés, cette même intuition d'une topologie minimale, dépouillée, qui guide Isa Barbier dans la réalisation de ses installations, cette même intuition peut-être, qui incite l'observateur à s'attarder, à expérimenter ces sculptures du vide, à la recherche de l'essence même de l'espace.

---

[11] Kunio Murasugi, *Jones polynomials and classical conjectures in knot theory*, Topology 26 (1987), no. 2, p. 187-194

[12] Louis Kaufmann, *State models and the Jones polynomial*, Topology 26 (1987), no. 3, p. 395-407.

[13] Morwen Thitlethwaite, *A spanning tree expansion of the Jones polynomia*l, Topology 26 (1987), no. 3, p. 297-309.