

Monodromies des partages et involutions sur les surfaces

Pierre Dehornoy

(travail en collaboration avec Livio Liehti)



Séminaire Teich, Marseille
2 avril 2021

BUT

Présenter une famille d'homéos (pseudo-Anosov) de surfaces :
les **homéos Ba'cfi** (Birkhoff-A'Campo-Fried-Ishikawa)

BUT

Présenter une famille d'homéos (pseudo-Anosov) de surfaces :
les homéos Ba'cfi (Birkhoff-A'Campo-Fried-Ishikawa)

- ▶ 2 faces: combinatoire (homéos Ba'cfi)
géométrique (monodromie de partage)

BUT

Présenter une famille d'homéos (pseudo-Anosov) de surfaces :
les **homéos Ba'cfi** (Birkhoff-A'Campo-Fried-Ishikawa)

- ▶ 2 faces: combinatoire (homéos Ba'cfi)
géométrique (monodromie de partage)
- ▶ feuilletages invariants orientables

BUT

Présenter une famille d'homéos (pseudo-Anosov) de surfaces :
les **homéos Ba'cfi** (Birkhoff-A'Campo-Fried-Ishikawa)

- ▶ 2 faces: combinatoire (homéos Ba'cfi)
géométrique (monodromie de partage)
- ▶ feuilletages invariants orientables
- ▶ produits de deux involutions particulières
(antitwists, cf A'Campo)

BUT

Présenter une famille d'homéos (pseudo-Anosov) de surfaces :
les **homéos Ba'cfi** (Birkhoff-A'Campo-Fried-Ishikawa)

- ▶ 2 faces: combinatoire (homéos Ba'cfi)
géométrique (monodromie de partage)
- ▶ feuilletages invariants orientables
- ▶ produits de deux involutions particulières
(antitwists, cf A'Campo)
- ▶ contient les minimiseurs (orientables) de dilatation en
genre 1, 2, 3

BUT

Présenter une famille d'homéos (pseudo-Anosov) de surfaces :
les **homéos Ba'cfi** (Birkhoff-A'Campo-Fried-Ishikawa)

- ▶ 2 faces: combinatoire (homéos Ba'cfi)
géométrique (monodromie de partage)
- ▶ feuilletages invariants orientables
- ▶ produits de deux involutions particulières
(antitwists, cf A'Campo)
- ▶ contient les minimiseurs (orientables) de dilatation en
genre 1, 2, 3
- ▶ \neq construction de Thurston, \neq construction de Penner

BUT

Présenter une famille d'homéos (pseudo-Anosov) de surfaces :
les **homéos Ba'cfi** (Birkhoff-A'Campo-Fried-Ishikawa)

- ▶ 2 faces: combinatoire (homéos Ba'cfi)
géométrique (monodromie de partage)
 - ▶ feuilletages invariants orientables
 - ▶ produits de deux involutions particulières
(antitwists, cf A'Campo)
 - ▶ contient les minimiseurs (orientables) de dilatation en
genre 1, 2, 3
 - ▶ \neq construction de Thurston, \neq construction de Penner
1. Contexte, homéos pseudo-Anosov
 2. Antitwists, surfaces Ba'cfi, et homéos Ba'cfi
 3. Partages et monodromies de partages
 4. Propriétés
 5. Questions

CONTEXTE

Toute matrice de $GL_2(\mathbb{Z})$ agit sur $\mathbb{T}^2 = \mathbb{R}^2/\mathbb{Z}^2$. Elle est

- ▶ soit elliptique

(périodique, $\det = 1$ et $|\text{tr}| \lesssim 2$, ou $\det = -1$ et $\text{tr} = 0$)

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}$$

CONTEXTE

Toute matrice de $GL_2(\mathbb{Z})$ agit sur $\mathbb{T}^2 = \mathbb{R}^2/\mathbb{Z}^2$. Elle est

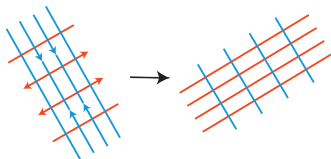
- ▶ soit elliptique

(périodique, $\det = 1$ et $|\text{tr}| \lesssim 2$, ou $\det = -1$ et $\text{tr} = 0$)

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}$$

- ▶ soit hyperbolique

(2 vp réelles $\neq \pm 1$, $\det = \pm 1$)



$$\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \rightsquigarrow \lambda = \varphi = 1,618\dots$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \rightsquigarrow \lambda = \sqrt{\varphi}$$

CONTEXTE

Toute matrice de $GL_2(\mathbb{Z})$ agit sur $\mathbb{T}^2 = \mathbb{R}^2/\mathbb{Z}^2$. Elle est

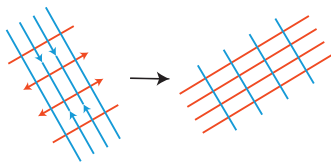
- ▶ soit elliptique

(périodique, $\det = 1$ et $|\text{tr}| \lesssim 2$, ou $\det = -1$ et $\text{tr} = 0$)

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}$$

- ▶ soit hyperbolique

(2 vp réelles $\neq \pm 1$, $\det = \pm 1$)



$$\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \rightsquigarrow \lambda = \varphi = 1,618\dots \qquad \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \rightsquigarrow \lambda = \sqrt{\varphi}$$

- ▶ soit parabolique

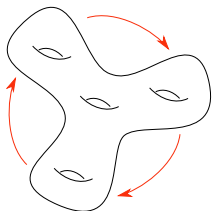
(1 ou -1 valeur propre double, $\det = 1$, $\text{tr} = \pm 2$)

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$$

CONTEXTE

Thurston: tout homéomorphisme de surface est

- ▶ soit homotope à un modèle
périodique ou pseudo-Anosov



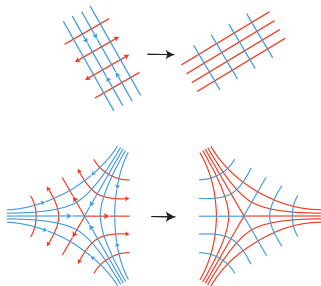
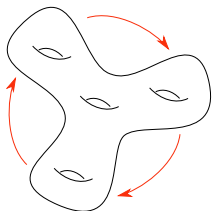
CONTEXTE

Thurston: tout homéomorphisme de surface est

- ▶ soit homotope à un modèle périodique

ou

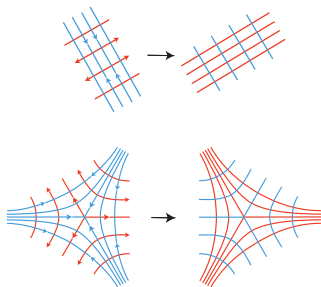
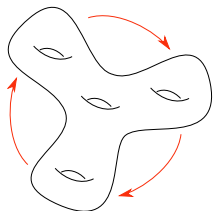
pseudo-Anosov



CONTEXTE

Thurston: tout homéomorphisme de surface est

- ▶ soit homotope à un modèle périodique ou pseudo-Anosov

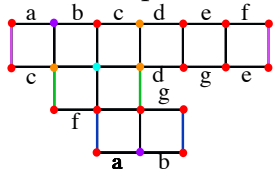


- ▶ soit réductible (admet une multi-courbe simple envoyée sur une multi-courbe homotope)

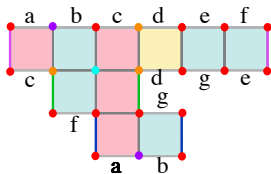
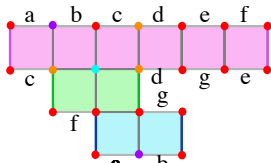
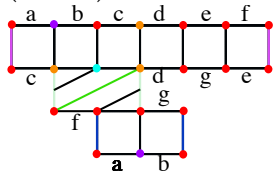


CONSTRUCTIONS DE THURSTON ET PENNER

surfaces à petits carreaux

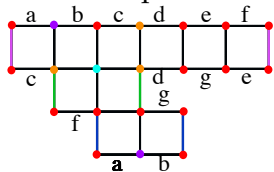


(multi-)twist de Dehn

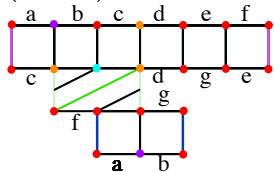


CONSTRUCTIONS DE THURSTON ET PENNER

surfaces à petits carreaux

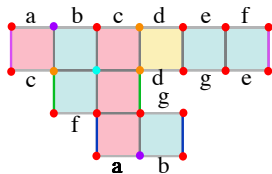
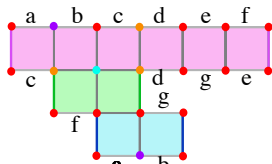


(multi-)twist de Dehn



Thurston :

$$\langle \tau_{\alpha_1} \cup \dots \cup \alpha_k, \tau_{\beta_1} \cup \dots \cup \beta_l \rangle$$

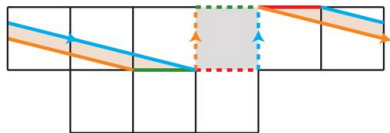


Penner :

$$\langle \tau_{\alpha_1}, \dots, \tau_{\alpha_k}, \tau_{\beta_1}^{-1}, \dots, \tau_{\beta_l}^{-1} \rangle_+$$

ANTITWISTS ET SURFACES BA'CFI

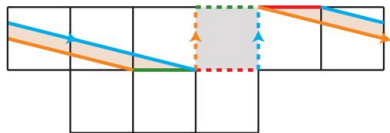
antitwist gaucher sur un cylindre de largeur ℓ



$$\rightsquigarrow \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

ANTITWISTS ET SURFACES BA'CFI

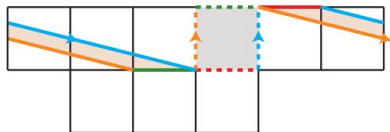
antitwist gaucher sur un cylindre de largeur ℓ



$$\rightsquigarrow \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1 & k\ell - 2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

ANTITWISTS ET SURFACES BA'CFI

antitwist gaucher sur un cylindre de largeur ℓ



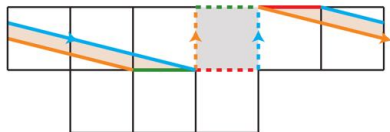
$$\rightsquigarrow \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1 & kl - 2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

condition Ba'cfi : $\text{NENE}(q) = q$



ANTITWISTS ET SURFACES BA'CFI

antitwist gaucher sur un cylindre de largeur ℓ



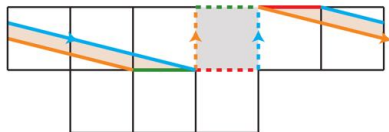
$$\rightsquigarrow \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1 & kl - 2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

condition Ba'cfi : $\text{NENE}(q) = q$



ANTITWISTS ET SURFACES BA'CFI

antitwist gaucher sur un cylindre de largeur ℓ



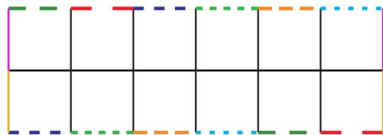
$$\rightsquigarrow \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1 & kl - 2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

condition Ba'cfi : $\text{NENE}(q) = q$

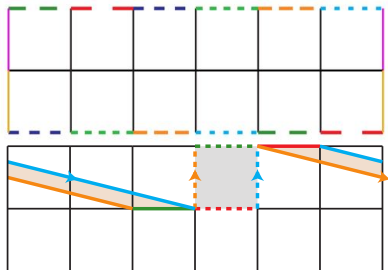


homéo Ba'cfi : produit d'antitwists gauchers sur tous les cylindres horizontaux et d'antitwists droitiers sur tous les cylindres verticaux

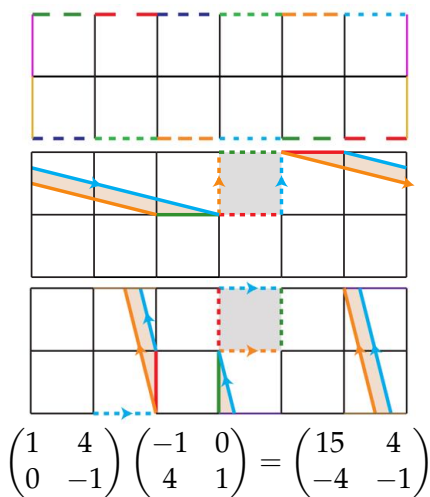
EXEMPLE 1 D'HOMÉO BA'CFI



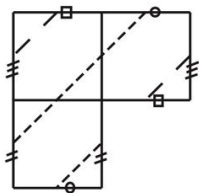
EXEMPLE 1 D'HOMÉO BA'CFI



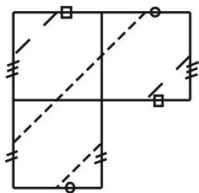
EXEMPLE 1 D'HOMÉO BA'CFI



EXEMPLE 2 D'HOMÉO BA'CFI



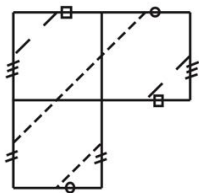
EXEMPLE 2 D'HOMÉO BA'CFI



$\begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ sur le cylindre horizontal du haut

$\begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ sur le cylindre horizontal du bas

EXEMPLE 2 D'HOMÉO BA'CFI

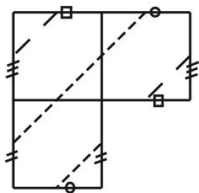


$\begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ sur le cylindre horizontal du haut

$\begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ sur le cylindre horizontal du bas

$\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ sur le cylindre vertical

EXEMPLE 2 D'HOMÉO BA'CFI



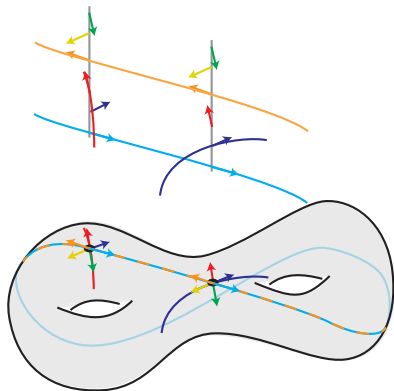
$\begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ sur le cylindre horizontal du haut

$\begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ sur le cylindre horizontal du bas

$\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ sur le cylindre vertical

\rightsquigarrow dilatation 1,722...

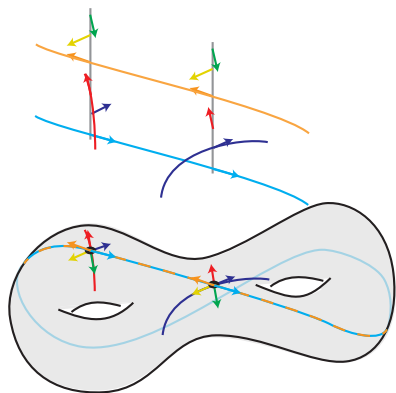
FIBRÉ UNITAIRE TANGENT ET FLOT GÉODÉSIQUE



$(\gamma(t))_{t \in \mathbb{R}}$ géodésique
parcourue à vitesse 1

$$\varphi_{\text{geod}}^t(\gamma(0), \dot{\gamma}(0)) \\ := (\gamma(t), \dot{\gamma}(t))$$

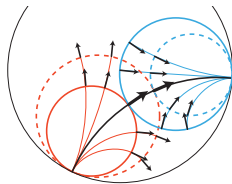
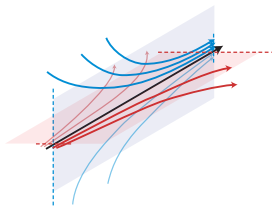
FIBRÉ UNITAIRE TANGENT ET FLOT GÉODÉSIQUE



$(\gamma(t))_{t \in \mathbb{R}}$ géodésique
parcourue à vitesse 1

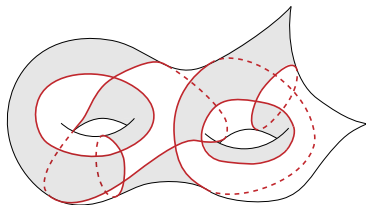
$$\varphi_{\text{geod}}^t(\gamma(0), \dot{\gamma}(0)) \\ := (\gamma(t), \dot{\gamma}(t))$$

Σ hyperbolique
 $\implies \varphi_{\text{geod}}$ Anosov



SURFACES DE PARTAGE

partage Γ sur une surface Σ



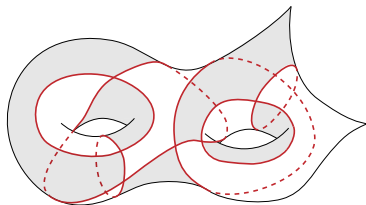
Γ collection de courbes

$\Sigma \setminus \Gamma$ collection de disques

(f fonction de Morse sur Σ
autoindexée avec $\Gamma = f^{-1}(1)$)

SURFACES DE PARTAGE

partage Γ sur une surface Σ

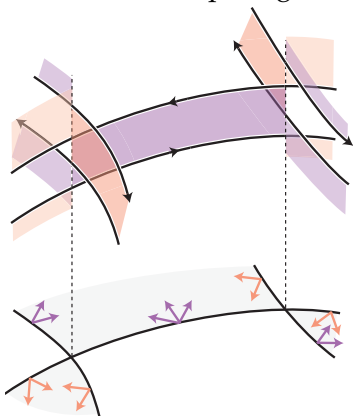


Γ collection de courbes

$\Sigma \setminus \Gamma$ collection de disques

(f fonction de Morse sur Σ
autoindexée avec $\Gamma = f^{-1}(1)$)

surface S_Γ du partage Γ

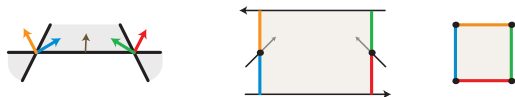


$$S_\Gamma = \{(p, v) \mid p \in \Gamma, \nabla(f) \cdot v \geq 0\}$$

MODÈLE COMBINATOIRE DES SURFACES DE PARTAGE

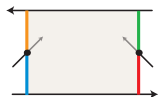
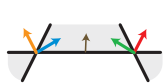


MODÈLE COMBINATOIRE DES SURFACES DE PARTAGE



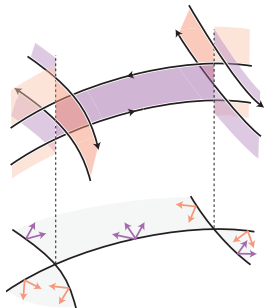
cylindres horizontaux / verticaux
= faces noires / blanches

MODÈLE COMBINATOIRE DES SURFACES DE PARTAGE



cylindres horizontaux / verticaux
= faces noires / blanches

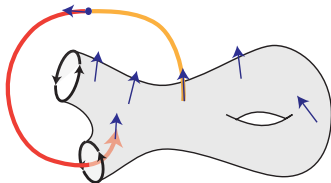
diagonale NE
= fibre d'un point double
 \rightsquigarrow condition Ba'cfi



SURFACES DE PARTAGE ET FLOT GÉODÉSIQUE

Définition: Une section de Birkhoff pour un flot φ est une surface compacte avec bord S plongée dans M telle que

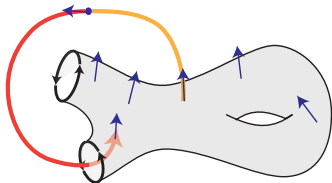
- ▶ $\text{int}(S)$ est transverse à φ
- ▶ ∂S est tangent à φ
- ▶ toute orbite de φ coupe S en temps borné



SURFACES DE PARTAGE ET FLOT GÉODÉSIQUE

Définition: Une section de Birkhoff pour un flot φ est une surface compacte avec bord S plongée dans M telle que

- ▶ $\text{int}(S)$ est transverse à φ
- ▶ ∂S est tangent à φ
- ▶ toute orbite de φ coupe S en temps borné

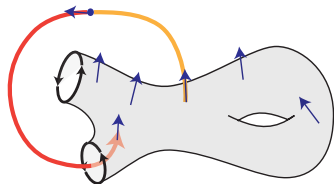


\rightsquigarrow application de premier retour $f_S : S \rightarrow S$

SURFACES DE PARTAGE ET FLOT GÉODÉSIQUE

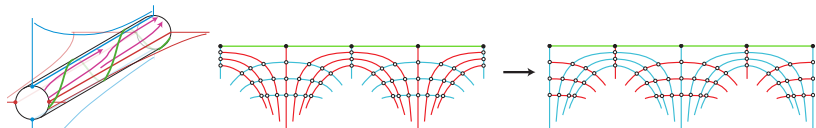
Définition: Une section de Birkhoff pour un flot φ est une surface compacte avec bord S plongée dans M telle que

- ▶ $\text{int}(S)$ est transverse à φ
- ▶ ∂S est tangent à φ
- ▶ toute orbite de φ coupe S en temps borné



\rightsquigarrow application de premier retour $f_S : S \rightarrow S$

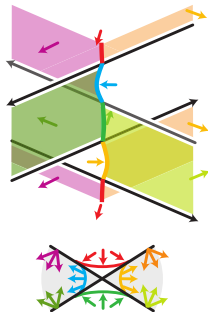
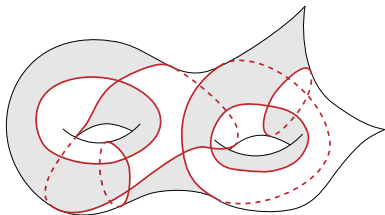
Lemme (Fried 1982): Si φ est Anosov, alors f_S est ps-Anosov.



SURFACES DE PARTAGE ET FLOT GÉODÉSIQUE

Théorème (Birhoff 1917, Fried 1982)

Si Σ est hyperbolique et Γ est un partage, alors S_Γ est une section de Birkhoff pour φ_{geod} .

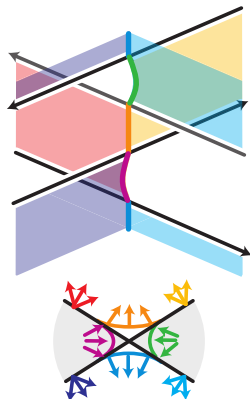
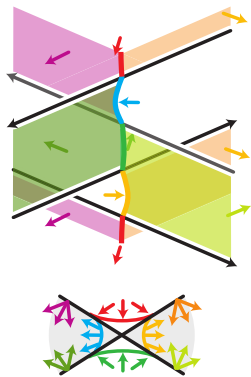


DÉCOMPOSITION DE LA MONODROMIE

deux surfaces disjointes

$$S_{\Gamma}^{\bullet} = \{(p, v) \mid p \in \Gamma, \nabla(f) \cdot v \geq 0\}$$

$$S_{\Gamma}^{\circ} = \{(p, v) \mid p \in \Gamma, \nabla(f) \cdot v \leq 0\}$$

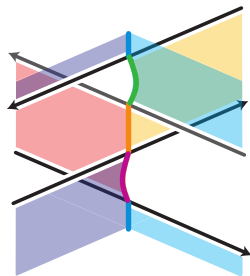
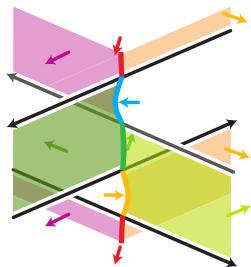


DÉCOMPOSITION DE LA MONODROMIE

deux surfaces disjointes

$$S_{\Gamma}^{\bullet} = \{(p, v) \mid p \in \Gamma, \nabla(f) \cdot v \geq 0\}$$

$$S_{\Gamma}^{\circ} = \{(p, v) \mid p \in \Gamma, \nabla(f) \cdot v \leq 0\}$$



involution canonique $\text{rot}_{180^{\circ}} : S_{\Gamma}^{\bullet} \leftrightarrow S_{\Gamma}^{\circ}$

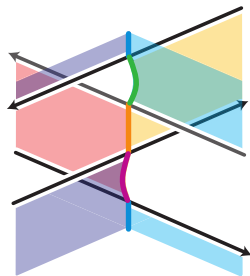
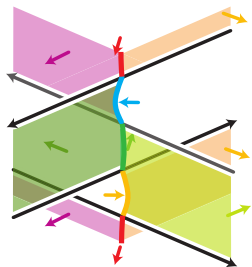
identifie les modèles Ba'cfi (mod renv^t d'orientation)

DÉCOMPOSITION DE LA MONODROMIE

deux surfaces disjointes

$$S_{\Gamma}^{\bullet} = \{(p, v) \mid p \in \Gamma, \nabla(f) \cdot v \geq 0\}$$

$$S_{\Gamma}^{\circ} = \{(p, v) \mid p \in \Gamma, \nabla(f) \cdot v \leq 0\}$$



involution canonique $\text{rot}_{180^{\circ}} : S_{\Gamma}^{\bullet} \leftrightarrow S_{\Gamma}^{\circ}$

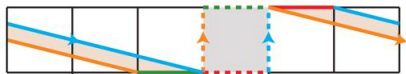
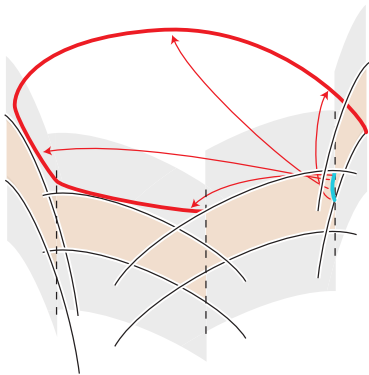
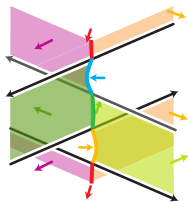
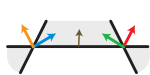
identifie les modèles Ba'cfi (mod renv^t d'orientation)

applications le long du flot $f^{\bullet} : S_{\Gamma}^{\bullet} \rightarrow S_{\Gamma}^{\circ}$ et $f^{\circ} : S_{\Gamma}^{\circ} \rightarrow S_{\Gamma}^{\bullet}$

premier retour sur S_{Γ}^{\bullet} donné par $f^{\circ} \circ f^{\bullet}$

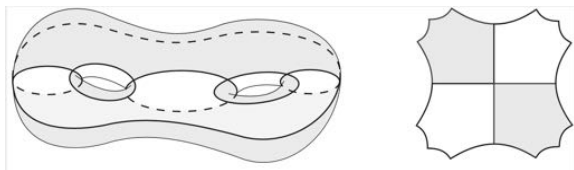
DÉCOMPOSITION DE LA MONODROMIE

$$f^\bullet : S_\Gamma^\bullet \rightarrow S_\Gamma^\circ$$



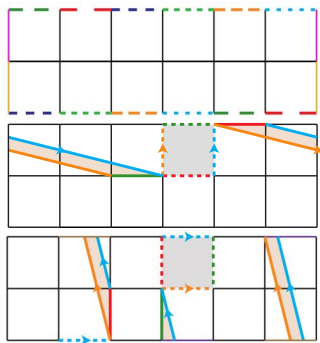
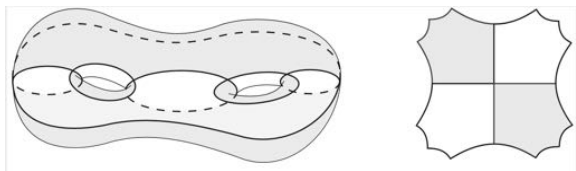
EXEMPLE 1

Surface de Birkhoff-Fried



EXEMPLE 1

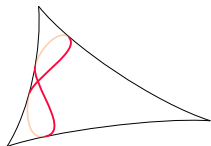
Surface de Birkhoff-Fried



$$\begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 15 & 4 \\ -4 & -1 \end{pmatrix}$$

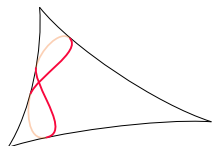
EXEMPLES 2

Huit sur surface orbifoldique $(0; p, q, r)$

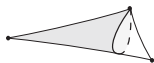
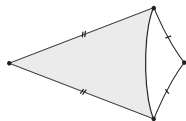


EXEMPLES 2

Huit sur surface orbifoldique $(0; p, q, r)$

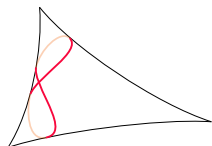


Hauteur sur surface orbifoldique $(0; 2, q, r)$

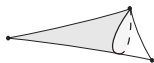
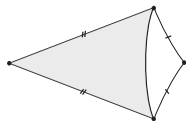


EXEMPLES 2

Huit sur surface orbifoldique $(0; p, q, r)$



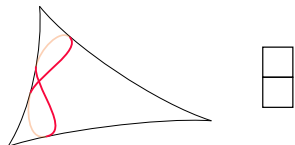
Hauteur sur surface orbifoldique $(0; 2, q, r)$



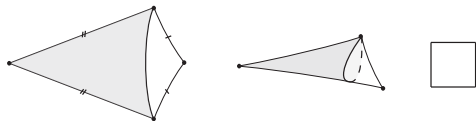
$$q = 3, r = 7 \rightsquigarrow \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

EXEMPLES 2

Huit sur surface orbifoldique $(0; p, q, r)$

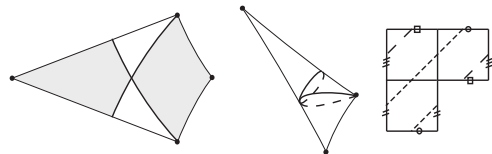


Hauteur sur surface orbifoldique $(0; 2, q, r)$



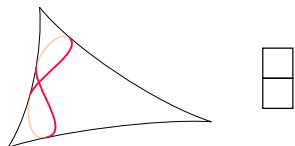
$$q = 3, r = 7 \rightsquigarrow \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Rebond sur surface orbifoldique $(0; 2, q, r)$

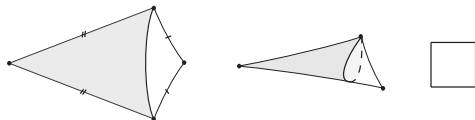


EXEMPLES 2

Huit sur surface orbifoldique $(0; p, q, r)$

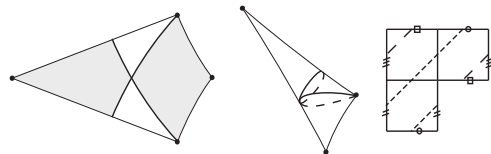


Hauteur sur surface orbifoldique $(0; 2, q, r)$



$$q = 3, r = 7 \rightsquigarrow \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Rebond sur surface orbifoldique $(0; 2, q, r)$



$$q = 3, r = 7 \rightsquigarrow \lambda = 1,722\dots$$

CONCLUSION

Théorème (Dehornoy-Liechti 2019, A'Campo 2003)

Si Γ est un partage sur une surface Σ , la surface de partage S_Γ admet une présentation $Ba'cfi$, et la monodromie f_{S_Γ} est la composition des deux antitwists $f_{S_\Gamma}^\circ$ et $f_{S_\Gamma}^\bullet$.

CONCLUSION

Théorème (Dehornoy-Liechti 2019, A'Campo 2003)

Si Γ est un partage sur une surface Σ , la surface de partage S_Γ admet une présentation $Ba'cfi$, et la monodromie f_{S_Γ} est la composition des deux antitwists $f_{S_\Gamma}^\circ$ et $f_{S_\Gamma}^\bullet$.

Réciproquement si S est une surface $Ba'cfi$ et f est la composition de deux antitwists horizontaux/verticaux gauchers/droitiers, alors il existe une surface orbifoldique Σ et un partage Γ sur Σ telle que f soit la monodromie f_Γ de S_Γ .

CONCLUSION

Théorème (Dehornoy-Liechti 2019, A'Campo 2003)

Si Γ est un partage sur une surface Σ , la surface de partage S_Γ admet une présentation $Ba'cfi$, et la monodromie f_{S_Γ} est la composition des deux antitwists $f_{S_\Gamma}^\circ$ et $f_{S_\Gamma}^\bullet$.

Réciproquement si S est une surface $Ba'cfi$ et f est la composition de deux antitwists horizontaux/verticaux gauchers/droitières, alors il existe une surface orbifoldique Σ et un partage Γ sur Σ telle que f soit la monodromie f_Γ de S_Γ .

Pour garantir le caractère pA de f_Γ il faut garantir que Σ est hyperbolique. C'est le cas par exemple si tous les cylindres sont de longueur ≥ 5 .

DILATATION

Proposition: Si Σ est hyperbolique, que Γ est un partage géodésique et que toutes les régions de $\Sigma \setminus \Gamma$ ont diamètre au plus D , alors la dilatation de f_{S_Γ} est au plus e^{2D} .

DILATATION

Proposition: Si Σ est hyperbolique, que Γ est un partage géodésique et que toutes les régions de $\Sigma \setminus \Gamma$ ont diamètre au plus D , alors la dilatation de f_{S_Γ} est au plus e^{2D} .

Corollaire: Il existe des suites d'homéos $Ba'c_{fi}$ dont la dilatation tend vers 1.

COMPARAISON AVEC THURSTON ET PENNER

Proposition: Il existe un homéomorphisme f dont aucune puissance f^k , $k \in \mathbb{N}^*$, n'est obtenue ni par la construction de Thurston, ni par celle de Penner.

COMPARAISON AVEC THURSTON ET PENNER

Proposition: Il existe un homéo Ba'cfi f dont aucune puissance f^k , $k \in \mathbb{N}^*$, n'est obtenue ni par la construction de Thurston, ni par celle de Penner.

Thurston : conjugués Galois de λ sur $\mathbb{R} \cup \mathbb{S}^1$ (Hubert-Lanneau)

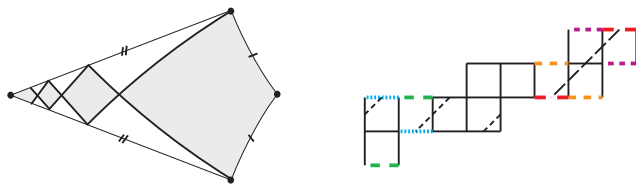
Penner : aucun conjugué Galois de λ sur \mathbb{S}^1 (Shin-Strenner 15)

COMPARAISON AVEC THURSTON ET PENNER

Proposition: Il existe un homéo Ba'cfi f dont aucune puissance f^k , $k \in \mathbb{N}^*$, n'est obtenue ni par la construction de Thurston, ni par celle de Penner.

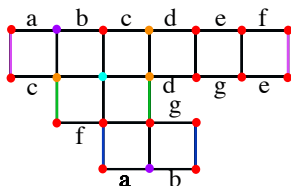
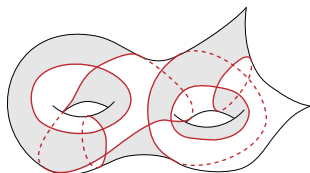
Thurston : conjugués Galois de λ sur $\mathbb{R} \cup \mathbb{S}^1$ (Hubert-Lanneau)

Penner : aucun conjugué Galois de λ sur \mathbb{S}^1 (Shin-Strenner 15)



$x^{12} - 4x^{11} - 4x^{10} - 4x^9 - 4x^8 - 4x^7 - 14x^6 - 4x^5 - 4x^4 - 4x^3 - 4x^2 - 4x + 1$
4 racines sur \mathbb{S}^1 , 4 racines sur \mathbb{R} , 4 hors de $\mathbb{R} \cup \mathbb{S}^1$

FACE FIBRÉE



géodésiques orientées $\gamma_i \leftrightarrow$ sommets de S_Γ

variété suspension $M = \text{int}(S_\Gamma) \times [0, 1] / (x, 1) \sim (f_\Gamma(x), 0)$

munie du flot suspension

\rightsquigarrow face fibrée $F_\Gamma \subseteq H_2(M, \partial M)$ de la norme de Thurston

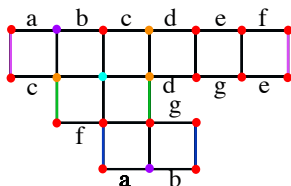
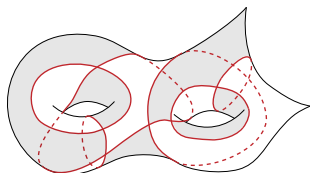
symétrie de $\Gamma \implies$ symétrie de F_Γ

points entiers de $\mathbb{R}_+ F_\Gamma \leftrightarrow$ sections de Birkhoff pour φ_{geod} de bord Γ

(description par Dehornoy-Cossarini 2016)

section $S_\Gamma \leftrightarrow$ centre de la face fibrée \implies minimise la dilatation

FACE FIBRÉE



géodésiques orientées $\gamma_i \leftrightarrow$ sommets de S_Γ

variété suspension $M = \text{int}(S_\Gamma) \times [0, 1] / (x, 1) \sim (f_\Gamma(x), 0)$

munie du flot suspension

\rightsquigarrow face fibrée $F_\Gamma \subseteq H_2(M, \partial M)$ de la norme de Thurston

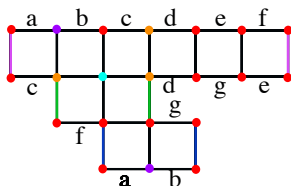
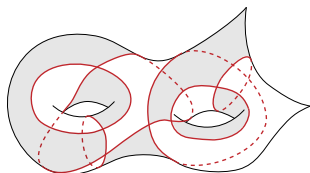
symétrie de $\Gamma \implies$ symétrie de F_Γ

points entiers de $\mathbb{R}_+ F_\Gamma \leftrightarrow$ sections de Birkhoff pour φ_{geod} de bord Γ (description par Dehornoy-Cossarini 2016)

section $S_\Gamma \leftrightarrow$ centre de la face fibrée \implies minimise la dilatation

Autres points \rightarrow autres monodromies \rightarrow description explicite?

FACE FIBRÉE



géodésiques orientées $\gamma_i \leftrightarrow$ sommets de S_Γ

variété suspension $M = \text{int}(S_\Gamma) \times [0, 1] / (x, 1) \sim (f_\Gamma(x), 0)$

munie du flot suspension

\rightsquigarrow face fibrée $F_\Gamma \subseteq H_2(M, \partial M)$ de la norme de Thurston

symétrie de $\Gamma \implies$ symétrie de F_Γ

points entiers de $\mathbb{R}_+ F_\Gamma \leftrightarrow$ sections de Birkhoff pour φ_{geod} de bord Γ (description par Dehornoy-Cossarini 2016)

section $S_\Gamma \leftrightarrow$ centre de la face fibrée \implies minimise la dilatation

Autres points \rightarrow autres monodromies \rightarrow description explicite?

Théo Marty (2020)

First-return maps of Birkhoff sections of the geodesic flow

RÉSEAU FERROVIAIRE?

