

Résumé

Dans le cadre de l'approche probabiliste des théories quantiques des champs, en dimension 2 et dans le cadre Euclidien, on s'intéresse à des modèles présentant certaines propriétés d'invariance par transformations conformes.

Les théories conformes des champs (CFT) de Toda sont des modèles dans lesquels le champ sous-jacent est à valeurs vectorielles, et généralisent la théorie de Liouville. Les modèles de Toda sont censés présenter, en plus de l'invariance conforme, un plus haut niveau de symétrie, encodée par les algèbres W . Dans cette thèse nous nous intéressons au cas où le champ est défini sur une surface de Riemann (compacte, connexe) à bord.

Un premier apport de cette thèse est la construction des modèles de Toda sur les surfaces hyperboliques avec ou sans bords (généralisant la construction de Cerclé-Rhodes-Vargas sur la sphère), grâce à des outils probabilistes. La présence d'une frontière entraîne ici des phénomènes nouveaux par rapport à la CFT de Liouville : différentes conditions au bord sont possibles pour le champ sous-jacent, en lien avec la structure du groupe d'automorphisme de l'algèbre de Lie cible. Nous explorons ces différentes constructions et identifions dans différents cas l'algèbre de symétrie des modèles proposés, au sens des algèbres de *vertex*.

Dans une seconde partie, nous spécialisons l'étude au cas le plus simple de CFT de Toda après Liouville, c'est-à-dire quand le champ est à valeurs dans l'algèbre $\mathfrak{sl}_3\mathbb{C}$. Nous étudions ce modèle sur le demi-plan complexe. Dans ce cadre, nous établissons la présence de symétries augmentées sous la forme d'identités de Ward au bord, ce qui était jusqu'alors inconnu en Physique. Ce résultat passe par la définition rigoureuse des descendants associés à l'algèbre W sur le bord, à l'aide d'une procédure de régularisation et d'outils probabilistes. Nous étudions ensuite l'existence de vecteurs singuliers dans le modèle, et découvrons la présence de vecteurs singuliers non nuls au bord jusqu'au niveau 3, ce qui est également un phénomène nouveau par rapport à la littérature existante. Ces propriétés permettent d'établir de nouvelles équations différentielles hypergéométriques de type BPZ, pour certaines fonctions de corrélations de la théorie, à savoir le corrélateur *bulk/boundary* et la fonction à trois points au bord.

Ces travaux ouvrent la voie au calcul de ces fonctions de corrélation, étape clé de l'implémentation du *bootstrap* conforme pour les théories de Toda. Ils mettent par ailleurs en évidence des phénomènes nouveaux dans l'étude des théories conformes des champs en dimension deux en présence d'une frontière.

Mots clés : théories conformes des champs, théories de Toda, surfaces de Riemann à bord, champ libre Gaussien, chaos multiplicatif Gaussien, algèbres W .