

Inégalités de Łojasiewicz dans les structures o-minimales

Balogh Hajnalka

September 10, 2018

Table des matières

1	Introduction	1
1.1	Notations	2
1.2	Inégalités classiques de Łojasiewicz	2
1.3	Structures o-minimales	2
1.4	L'ensemble Φ^p	5
2	Inégalités - fonctions	6
2.1	Le théorème fondamental	6
2.2	Les inégalités	9
2.3	Formes alternatives	10
3	Inégalités - gradient	12
3.1	Théorèmes	12
3.2	Applications directes aux ensembles spéciaux	14
4	Applications	17
4.1	Extension définissable d'une fonction définissable	17
4.2	Géométrie	18
4.3	Analyse non-lisse	19

1 Introduction

Ce mémoire est consacré à l'étude des inégalités de Łojasiewicz dans les structures o-minimales au travers de l'article *Łojasiewicz inequalities in o-minimal structures* [1] de Ta Lê Loi. Je détaille et corrige les preuves de l'article.

Dans la première partie, on donne un résumé bref sur l'histoire des inégalités de Łojasiewicz et on rappelle les outils techniques de la théorie o-minimale utilisés dans l'article et dans la suite du mémoire. On énonce et démontre des lemmes utilisés implicitement dans [1].

Dans la deuxième partie, on démontre une généralisation de l'inégalité de Łojasiewicz classique. En variant les conditions du théorème, on obtient plusieurs autres inégalités de type Łojasiewicz.

Dans la troisième partie, on démontre une généralisation de l'inégalité de Kurdyka-Łojasiewicz. En appliquant ce résultat à quelques ensembles spéciaux, on obtient plusieurs autres inégalités de type Łojasiewicz.

Dans la quatrième partie, on examine quelques applications simples des théorèmes démontrés dans les parties 2 et 3.