

Calculs de volumes dans les variétés

Marie BOUQUIER

2019

Table des matières

Table des matières	3
1 Introduction	5
2 Variétés Riemanniennes	7
2.1 Définitions	7
2.2 Exemples fondamentaux	8
2.3 Isométries	9
2.4 Géométrie conforme	9
2.5 Longueur des chemins	10
2.6 Distance riemannienne	10
2.7 Densité et volume	11
2.8 Géodésiques	12
2.9 Complétude	15
2.10 Courbure	15
3 Géométrie hyperbolique	17
3.1 L'espace hyperbolique	17
3.1.1 Modèles	17
3.1.2 Isométries de l'espace hyperbolique	18
3.1.3 Géodésiques et espaces hyperboliques	20
3.1.4 Courbure de l'espace hyperbolique	21
3.2 Variétés hyperboliques	23
3.2.1 Définitions et rappels	23
3.2.2 Topologie des surfaces compactes orientées	23
3.2.3 Surfaces hyperboliques	24
3.3 Volume simplicial	25
3.3.1 Homologie singulière	25
3.3.2 Volume des simplexes idéaux	26
3.3.3 Norme de Gromov d'une variété compacte	31

4 Perspectives	41
Bibliographie	43

Chapitre 1

Introduction

Le but de ce mémoire est de comprendre l'égalité de Gromov Thurston qui établit une relation de proportionnalité entre le volume d'une variété hyperbolique, compacte, orientée et son volume simplicial. Le coefficient de proportionnalité ne dépend que de la dimension et est donné par le volume maximal des simplexes géodésiques de l'espace hyperbolique.

Dans un premier temps, nous allons munir les variétés d'une structure permettant de généraliser les notions de longueurs et d'angles, celle de distance minimale entre deux points (les géodésiques) et celle de courbure.

Dans un deuxième temps, nous nous intéresserons à l'espace hyperbolique, puis aux variétés hyperboliques et enfin à la démonstration du théorème.