ANALYSE SUR LES ESPACES DE FOCK

5 octobre 2020

Table des matières

Introduction et présentation

Les espaces de Fock qui portent le nom du physicien ***Vladimir Aleksandrovitch Fock (1898-1974)*** est une partie de l'Analyse qui se situe dans le plan complexe $\mathbb{C}$ (voir [27]) L'analyse de Fourier est possible tant au niveau de ses techniques que de ses méthodes. On rencontre ces espaces dans les domaines que sont la physique quantique, l'analyse harmonique sur le groupe de ***Heisenberg (1901-1976)*** et les équations différentielles partielles. Par exemple, le noyau reproduisant normalisé est un ***état cohérent*** en physique quantique (voir [15] et [21]). La transformation de ***Bérézin (1931-1980)*** paramétrée donne une solution au problème de l'***équation de la chaleur***, et les opérateurs de translation pondérés fournissent une représentation unitaire du groupe de Heisenberg sur l'espace de Fock.

Dans le ***Chapitre I***, il est question de donner la définition des espaces de Fock et d'étudier les propriétés des espaces de Fock ainsi que le noyau reproduisant, la représentation intégrale, la dualité, l'interpolation complexe, la décomposition atomique, l'invariance par translation des espaces de Fock et un théorème du principe du maximum du module.

L'espace de Fock F^p_α où α et p sont des réels strictement positifs est un sous espace de l'espace $L^p(\mathbb{C}, d\lambda_\alpha)$ formé de fonctions entières et où $d\lambda_\alpha$ est une mesure gaussienne définit dans ce chapitre. Le paramètre α joue le m$\hat{e}$me r$\hat{o}$le que la constante de ***Planck (1858-1947)***. En effet, c'est en physique quantique que l'espace étudié est principalement l'espace de Fock F^2_α. L'analyse des espaces de Fock trouve son application dans l'étude du groupe de Heisenberg. Tout cela fait partie intégrante des sciences physiques et qui demande une étude à part qui ne sera pas l'objet de ce mémoire.

Dans le ***Chapitre II***, il est question de la transformation de Bérézin sur l'espace F^2_α et de certains espaces de fonctions à ***oscillations moyennes bornées*** du plan complexe qu'on notera *OMB*. On montre que la transformation de Bérézin d'une fonction fait apparaitre une propriété de semi-groupe. On étudie ce qui se passe lorsqu'on travaille sur les espaces L^p et lorsqu'on itère plusieurs fois l'action de cette transformation. On définit et étudie aussi l'espace noté OMB^p où $p \in [1; +\infty[$, c'est-à-dire l'espace des fonctions à oscillations moyennes bornées sur un disque de rayon fixé. On met en valeur le cas particulier où $1 < p < +\infty$ puis on termine ce chapitre par voir le lien entre la transformation de Bérézin et les mesures de ***Carleson (né en 1928)***. Encore une fois, la transformation de Bérézin est liée à l'équation de la chaleur, montrant ainsi la puissance et l'importance de ces notions mathématiques.