

AIX-MARSEILLE UNIVERSITÉ

Faculté des sciences

Département De Mathématiques



MASTÈRE DE MATHÉMATIQUES

Mémoire présenté par

Bouzid MOSBAHI

Sujet du mémoire

**Sur les stratifications
réelles et analytiques complexes
(a)-régulières de Whitney et Thom**

Soutenu le 20 septembre 2016 devant le jury composé de :

Mr. Claudio MUROLO

Président

Mr. David TROTMAN

Directeur de Mémoire

Année universitaire : 2015-2016

Dédicaces

Je dédie ce travail

*A mes chers parents qui m'ont agréablement entourés et
encouragés tout au long de ma vie et de mon parcours universitaire.*

A mon frère et mes soeurs

A ma femme et ma fille

A mes amis pour ses encouragements et ses soutiens

A ceux qui m'ont encouragé et soutenu dans mes moments les plus difficiles

A ceux qui m'ont aidé de près ou de loin pour réussir ce projet.

Remerciements

Je remercie tout d'abord mon directeur de mémoire monsieur «David TROTMAN» pour sa gentillesse, sa disponibilité et ses précieux conseils.

Mes remerciements s'adresse également aux membres du jury. J'adresse toute ma gratitude à monsieur «Claudio MUROLO», qui a accepté de présider ce jury.

Mes remerciements s'adresse aussi à monsieur «David TROTMAN», qui m'a fait l'honneur de juger ce travail.

Table des matières

1 Définitions	6
1.1 (a)-régularité	6
1.2 Topologies sur les espaces des applications	6
1.3 Transversalité	7
1.4 Stratification	12
2 Nouveaux résultats sur (a)-régularité	14
2.1 (a)-régularité de Whitney	14
2.2 Propriétés de (a)-régularité de Whitney	15
3 Stratification analytiques complexes et applications holomorphes	16
3.1 Théorèmes de Transversalités pour les applications holomorphes	16
3.2 Ouverture et Transversalité des applications holomorphes	17
4 Régularité de Thom des applications	18
4.1 (a_f) -régularité de Thom	18
4.2 Stabilité de la Transversalité à une Stratification (a_f) -régulière	19
4.3 Stabilité de la Transversalité implique la régularité de Thom	19
5 Détection des défauts	21
5.1 Détection de (a) -défauts	21
5.2 Détection de (a_f) -défauts dans les applications Stratifiés	21
Bibliographie	23

Résumé

La notion de stratification, un outil essentiel pour étudier la géométrie et la topologie des espaces singuliers, trouve son origine dans les travaux de Thom et Whitney sur la théorie des singularités. L'idée est de décomposer un espace singulier en morceaux agréables avec des conditions de régularité et d'étudier la topologie de ces morceaux. La condition de régularité la plus fondamentale est appelée (a)-régularité de Whitney. En 1979, Trotman a démontré que les stratifications réelles lisses qui satisfont la condition de (a)-régularité sont précisément celles pour lesquelles la transversalité aux strates des applications est une condition stable dans la topologie forte. Notre premier résultat est un analogue au résultat de Trotman pour la topologie faible. Il y a une dizaine d'années Trotman a demandé si le même résultat est valable pour les stratifications analytiques complexes. Dans ce travail on démontre un analogue du résultat de Trotman dans le cas complexe, en utilisant la notion de variété de Oka introduite par Forstnerič et on montre que la conjecture n'est pas vraie en général en donnant des contre-exemples.