Université d'Aix-Marseille

– Mémoire de M2 –

Normes d'opérateurs de transition sur les graphes infinis

Quentin Pierre

Encadrant : Christophe Pittet

1er Février 2018 — 31 Mai 2018

Table des matières

Introduction

Étant donné un espace dénombrable discret X muni d'une action transitive d'un groupe localement compact F, on considère une marche aléatoire sur X définie par un noyau $P(x,y)$ positif, stochastique, symétrique et F-invariant. Ce noyau induit une contraction de l'espace de Hilbert $\ell^2(X)$, i.e. un opérateur borné $P : \ell^2(X) \to \ell^2(X)$ de norme au plus 1.
En suivant les travaux de Saloff-Coste et Woess [14, 15], on construit des opérateurs de convolution sur $L^2(F)$ qui permettent d'obtenir une borne supérieure pour la norme de P, atteinte dès que F est moyennable.
Dans le cas où F agit avec un nombre fini d'orbites, on arrive à se ramener au cas précédent en construisant un espace dénombrable muni d'une action transitive de F ainsi qu'un noyau F-invariant. On obtient de nouveau une majoration de la norme de P, avec égalité si F est moyennable.
Lorsque X est l'ensemble des sommets d'un graphe infini connexe localement fini Γ, l'idée est de choisir convenablement F parmi les sous-groupes fermés du groupe des automorphismes de Γ pour appliquer les théorèmes précédents.
On détaille ce procédé et les calculs qui en résultent dans deux cas : les opérateurs de marche aléatoire radiale sur un arbre homogène puis l'opérateur de moyenne sur la sphère de rayon n sur un graphe de Cayley de $PSL_2(\mathbf{Z})$.