



Etude de l'estimation l_1 de la tendance d'une série temporelle

Roman Rubsamen

Master 2 Mathématiques et Applications
Spécialité Ingénierie Mathématique et Modélisation

Tuteur : Sébastien Darses

Année universitaire 2012-2013

Table des matières

Introduction	1
1 Contexte	2
1.1 Décomposition additive d'une série temporelle	2
1.2 Estimation de la tendance d'une série temporelle	4
1.3 Limitations	5
1.4 Applications	5
2 Estimation l_1 de la tendance d'une série temporelle	7
2.1 Présentation de l'estimation l_1	7
2.2 Propriétés principales de l'estimation l_1	8
2.2.1 Existence et unicité de x^{lt}	8
2.2.2 Calcul formel de x^{lt}	10
2.2.3 Calcul numérique de x^{lt}	11
2.2.4 Relation entre x^{lt} et la méthode Lasso	12
2.2.5 Comportement de x^{lt} comme fonction de y	16
2.2.6 Comportement de x^{lt} comme fonction de λ	19
2.3 Propriétés complémentaires de l'estimation l_1	24
2.3.1 Retour sur le calcul formel de x^{lt}	24
2.3.2 Retour sur le calcul numérique de x^{lt}	26
2.3.3 Relation entre x^{lt} et l'opérateur Prox	27
2.3.4 Retour sur le comportement de x^{lt} comme fonction de y	28
2.3.5 Retour sur le comportement de x^{lt} comme fonction de λ	37
3 Généralisation de l'estimation l_1 de la tendance d'une série temporelle	39
3.1 Présentation de l'estimation l_1^M	39
3.2 Propriétés de l'estimation l_1^M	40
3.2.1 $M \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$	41
3.2.2 $M \in \mathcal{M}_{m,n}(\mathbb{R}), 1 \leq m < n$	43
3.3 Calcul numérique de $x^{\text{lt},M}$ par algorithme de sous-gradient	44
3.4 Calcul numérique de $x^{\text{lt},M}$ par algorithmes de gradient	46
3.4.1 Gradient projeté	50
3.4.2 Gradient projeté accéléré	52
3.4.3 Gradient projeté accéléré redémarré	54
3.4.4 Gradient projeté accéléré redémarré etc.	57
3.5 Calcul numérique de $x^{\text{lt},M}$ par algorithme proximal	57

4 Applications de l'estimation l_1 de la tendance d'une série temporelle	62
4.1 Aspects pratiques de l'estimation l_1	62
4.1.1 Choix du paramètre λ	62
4.1.2 Stabilité numérique de x^{lt}	64
4.1.3 Propriétés inférentielles de x^{lt}	65
4.2 Application à l'estimation de la tendance boursière	68
4.2.1 Contexte	68
4.2.2 Utilisation de l'estimation l_1	68
4.2.3 Exemple	70
4.3 Application à la méthode de lissage exponentiel de Holt-Winters	72
4.3.1 Contexte	72
4.3.2 Utilisation de l'estimation l_1	74
4.3.3 Résultats	75
Conclusion	79
A Rappels mathématiques	80
A.1 Algèbre linéaire	80
A.2 Analyse convexe	81
A.3 Calcul sous-différentiel	83
Bibliographie	86

Introduction

Dans ce mémoire de recherche, on étudie une méthode d'estimation de la tendance d'une série temporelle introduite dans [28].

L'organisation générale de ce mémoire est la suivante :

- Dans le premier chapitre, on définit la problématique de l'estimation de la tendance d'une série temporelle
- Dans le second chapitre, on introduit la méthode étudiée et on détaille quelques unes de ses propriétés
- Dans le troisième chapitre, on propose une généralisation de cette méthode ainsi que plusieurs algorithmes de calcul numérique de l'estimateur associé
- Dans le quatrième et dernier chapitre, on aborde certains aspects pratiques liés à l'utilisation de cette méthode et on donne des exemples d'application