Université d'Aix-Marseille — Licence de Mathématiques
Semestre 1 — 2013-2014

MATHEMATIQUES 02

Partiel 1 – 11 Octobre 2013

Calculette et documents non autorisés — Durée : 2 heures

On note $A(x, y, z)$ le point A de coordonnées (x, y, z). O est l'origine de l'espace ou du plan.

EXERCICE 1

Donner la définition d'un plan et d'une droite dans $\mathbb{R}^3$.

EXERCICE 2

On se place dans le plan euclidien. Soit (D_1) la droite définie par l'équation cartésienne suivante : $x - 4 = 0$. Soit (D_2) la droite définie par l'équation paramétrée suivante :

$$\begin{cases} x(t) = & 1 + 2t \\ y(t) = & -1 + t \end{cases}$$

1. Donner une équation paramétrée de (D_1).
2. Donner une équation cartésienne de (D_2).
3. Donner les coordonnés du point d'intersection des deux droites.

EXERCICE 3

On considère les trois points de l'espace suivants $A(0, 1, 0)$, $B(-1, 1, 0)$ et $C(-1, 1, 1)$.
1. Vérifier qu'ils ne sont pas alignés.
2. Donner l'angle aigü et non-orienté entre les droites (AB) et (AC).
3. Donner une équation paramétrée du plan $\mathcal{P}$ passant par ces trois points.
4. Donner une équation cartésienne du plan $\mathcal{P}$.
5. Donner la distance $d(D, \mathcal{P})$ où $D(1, 0, 1)$.
6. Donner une équation paramétrée de la droite (Δ) perpendiculaire au plan $\mathcal{P}$ et passant par le point D.
7. Donner l'aire du triangle ABC.

EXERCICE 4

Soit $\overrightarrow{u}(1, 0, 1)$ un vecteur de l'espace.
1. Déterminer l'ensemble des points M de l'espace qui vérifient : $\overrightarrow{OM} \wedge \overrightarrow{u} = \overrightarrow{0}$. En donner une équation paramétrée.
2. Déterminer l'ensemble des points M de l'espace qui vérifient : $\overrightarrow{OM}.\overrightarrow{u} = 0$. En donner une équation cartésienne.

EXERCICE 5

Soient $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ deux vecteurs non-nuls et non-colinéaires de l'espace. Soit $\overrightarrow{w}$ un vecteur orthogonal à ces deux vecteurs.
1. Montrer que $(2\overrightarrow{u} + 3\overrightarrow{v}) \wedge (\overrightarrow{u} + \overrightarrow{v}) \neq \overrightarrow{0}$.
2. Montrer (sans calculs) que $\big((2\overrightarrow{u} + 3\overrightarrow{v}) \wedge (\overrightarrow{u} + \overrightarrow{v})\big) \wedge \vec{w} = \overrightarrow{0}$.