

Devoir à la maison 3

Exercice 1

Résoudre l'équation différentielle

$$xy'(x) + y = (1+x) \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

Exercice 2

Soit l'équation différentielle :

$$y''(x) - 2y'(x) + 2y(x) = xe^x \quad (1)$$

1. Trouver la solution générale de l'équation différentielle homogène $y''(x) - 2y'(x) + 2y(x) = 0$.
2. Chercher une solution particulière de (1) sous la forme de $(ax + b)e^x$.
3. Trouver la solution de l'équation différentielle (1), vérifiant $y(0) = 1$ et $y'(0) = 1$.

Exercice 3 :

On considère l'équation différentielle suivante :

$$(E.D.) \quad y'' - 4y' + 4y = d(x),$$

où d est une fonction qui sera précisée plus loin.

1. Résoudre l'équation différentielle homogène (ou sans second membre) associée à (E.D.).
2. Trouver une solution particulière de (E.D.) lorsque $d(x) = e^{-2x}$ (sous la forme ae^{-2x}) et lorsque $d(x) = e^{2x}$ (sous la forme $(ax^2 + bx + c)e^{2x}$) respectivement.
3. Donner la forme générale des solutions de (E.D) lorsque

$$d(x) = \frac{e^{-2x} + e^{2x}}{4}.$$