Année universitaire 2008/09
Mécanique du point
Formation PEIP

Devoir à la maison à rendre pour le 16 Mars 2009

Exercice 1

Du méthane est décomposé à l'entrée d'un spectromètre de masse dans lequel la séparation des ions se fait grâce à un champ magnétique.
Cet analyseur a une forme demi-circulaire (voir schéma). Les ions entrent dans le spectromètre avec une vitesse de $3.10^6 m.s^{-1}$ suivant la direction horizontale (perpendiculaire à l'entrée du spectromètre, voir schéma). Le champ magnétique constant de 0,6T est perpendiculaire à la vitesse initiale des électrons selon la verticale. A la sortie du spectromètre, un détecteur permet de trouver la position des ions en présence. Dans ce cas, deux tâches principales distantes d'environ 10cm apparaissent sur le détecteur. Le but du problème est de déterminer la taille du spectromètre ainsi que les espèces ioniques détectées (on partira du principe que les ions sont chargés une seule fois).

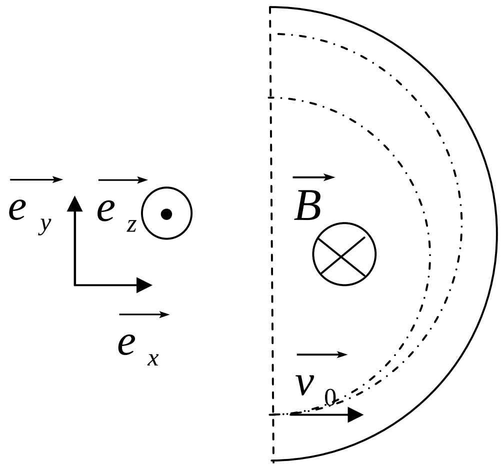


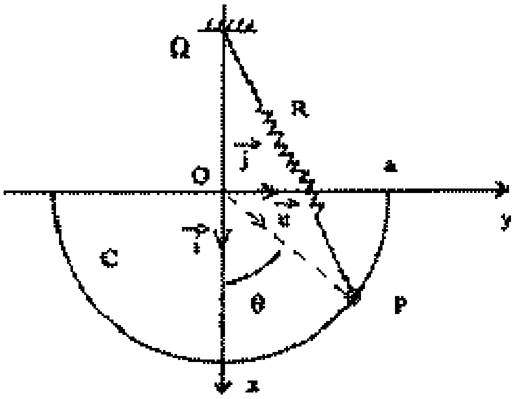
Schéma du spectromètre de masse

1- Faites un bilan des forces en présence et déterminez les équations qui régissent le mouvement en fonction du temps. Vous noterez q et m la charge et la masse de l'ion, respectivement.
2- En partant des conditions initiales suivantes : à $t=0$: $x=y=0$, $v_x=v_o$, $v_y=0$, déterminez l'équation du mouvement.
3- Représentez sur un schéma y(x) l'allure de la trajectoire que vous obtenez.
4- Application numérique : $1uma=1,66.10^{-27}kg$, $q=1,6.10^{-19}C$
Déterminer pour l'ion CH_4^+ le diamètre minimal que doit avoir le spectromètre de masse. Sachant que la seconde tâche se trouve à 10cm environ, de quelle autre espèce s'agit-il ?

Exercice 2

On se place dans le référentiel galiléen $\Re$ de repère *(Oxyz)* orthonormé, direct, de vecteurs unitaires de base $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. Le dispositif envisagé est constitué d'un ressort *R*, d'un demi-cercle *C* et d'une perle *P*.
Le ressort *R* est parfait, c'est-à-dire sans masse et développant selon sa propre direction une force proportionnelle à son élongation. On note *K* ce coefficient de proportionnalité et *l* la

longueur à vide de R. Le demi-cercle C (fixe dans $\Re$), de rayon a, de centre O, est contenu dans le demi-plan xOy, $x > 0$, supposé vertical, Ox étant la verticale descendante.
La perle P est un objet quasi-ponctuel de masse M astreint à se déplacer sans frottement sur C.
Le ressort R a une extrémité liée à P et l'autre à un point Ω situé aux coordonnées $x = - a$, $y = 0$, $z = 0$.
La position de P dans $\Re$ est repérée par l'angle $\theta = (\vec{i}, \overrightarrow{OP})$, $\theta \in (- \pi/2, \pi/2)$. On note $\vec{u}$ le vecteur unitaire de OP, $\vec{v}$ le vecteur unitaire déduit de $\vec{u}$ par la rotation de $+ \pi/2$ autour de $\vec{k}$. Le système est placé dans le champ de pesanteur d'accélération $\vec{g} = g\,\vec{i}$ de valeur g constante.



Les expressions vectorielles demandées (questions 1, 3, 4 et 5) seront exprimées dans la base $(\vec{u}, \vec{v})$.
1. Donner l'expression du vecteur $\overrightarrow{P\Omega}$ en fonction de a et θ.
2. Donner l'expression du module $P\Omega$ de $\overrightarrow{P\Omega}$ en fonction de a et θ (ou mieux, de $\theta/2$ en se rappelant que $1 + \cos\theta = 2\cos^2\dfrac{\theta}{2}$).
3. Donner l'expression du vecteur tension $\vec{T}$ du ressort en fonction de a, K, l et θ (ou mieux, de $\theta/2$ en se rappelant que $\sin\theta = 2\sin\dfrac{\theta}{2}\cos\dfrac{\theta}{2}$).
4. Soit $\vec{F}$ la résultante des forces extérieures appliquées à la nasse M. On note N le module de la réaction de C sur P. Donner l'expression des composantes de $\vec{F}$ en fonction de a, g, K, l, M, N et θ.
5. En déduire, en fonction des mêmes paramètres (sauf N) l'expression de l'énergie potentielle E_p dont dérive la force $\vec{F}$.
6. Déterminer l'expression des positions d'équilibre $\theta = \theta_i$, envisageables pour le système.
7. On veut imposer l'existence d'une position d'équilibre pour une valeur $\theta_i \neq 0$ comprise entre 0 et $\pi/2$ (ce qui implique par symétrie une position équivalente θ_i comprise entre 0 et $- \pi/2$).
Ecrire les inégalités que cela implique sur les paramètres du problème.
8. Les conditions ci-dessus étant réalisées, déterminer la stabilité des équilibres ainsi obtenus (reprenez une expression initiale en $\theta/2$).
9. Application numérique : $K=400N.m^{-1}$, $M=2kg$, $a=20cm$, $l=25cm$. Déterminez l'angle pour lequel l'équilibre est obtenu et tracez qualitativement la courbe de l'énergie potentielle en fonction de θ.