DEVOIR MAISON À RENDRE POUR LE 6 AVRIL 2009

Exercice 1 : Ascenseur accéléré

Un ascenseur monte 10 passagers sur une hauteur $h = 80$ m. Chaque personne a une masse de 80 kg et la cabine a une masse de 1000 kg.

L'ascenseur démarre sans vitesse initiale, et monte les premiers 40 m avec une accélération constante $a_0 = 0,2 \text{ m s}^{-2}$. Ensuite, il décélère jusqu'à s'arrêter à la hauteur h .

Quelle est la puissance maximale développée par le moteur au cours du voyage ?

Exercice 2 : Point mobile sans frottement sur une sphère

Un point P de masse m est placé à l'instant initial sur le sommet S d'une sphère de rayon R et de centre O , sur laquelle il glisse sans frottement. On lui communique une vitesse initiale horizontale de norme v_0 .

Déterminer la réaction $\vec{R}$ de la sphère sur P en fonction de l'angle $\theta = (\vec{OS}, \vec{OP})$.

Quelle est la valeur de θ telle que P quitte la sphère ?

Quel est le mouvement ultérieur de la masse m ?

Exercice 3 : Retour à la fête foraine

On reprend l'exercice 7 du TD 4 (figure de gauche de l'exercice) :

Un chariot de masse m se déplace sans frottement sur une piste terminée par une boucle circulaire rayon r . On le lâche sans vitesse initiale d'un point M_0 de cote z_0 . On suppose que la liaison chariot-piste est unilatérale (le chariot peut quitter la piste).

Vous avez déjà calculé, dans le TD 4, la réaction de la piste en tout point de la boucle. Vous devez maintenant discuter les différents mouvements possibles suivant la valeur de la hauteur initiale z_0 . En particulier, il faut préciser pour quelles valeurs de z_0 :

- le mouvement est révolutif (le chariot fait des tours complets sur la boucle) ;
- le mouvement est oscillatoire (on suppose qu'une fois que le chariot est rentré dans la boucle, il ne peut pas revenir sur la partie horizontale de la piste) ;
- le chariot quitte la boucle et tombe.

Dans les cas révolutif et oscillatoire, écrire l'équation qui décrit la dynamique de l'angle θ formé par la verticale et le vecteur $\vec{OM}$, où O est le centre de la boucle et M la position du chariot.

Cette équation est identique à celle d'un système que vous connaissez. Lequel ?

Exercice 4 : Choc élastique de particules identiques

Une particule ayant vitesse $\vec{v}$ entre en collision avec une particule identique immobile. Le choc est élastique.

Montrer que l'angle des vitesses des deux particules après le choc est égal à $\pi/2$ sauf dans des cas particuliers que vous discuterez.

Exercice 5 : Choc inélastique, référentiel du centre de masse

Une particule (A) de masse m et une particule (B) de masse M ne sont soumises à aucune force extérieure. Elles entrent en collision.

Dans le référentiel du laboratoire $\mathcal{R}_L$, avant le choc, (B) est au repos et (A) a la vitesse $\vec{v}_A$. Après le choc, on constate qu'il se forme une particule unique (AB), de masse $m + M$ et de vitesse $\vec{v}'_{AB}$.

1. Montrer que cette collision ne conserve pas l'énergie cinétique du système. Calculer la variation ΔE_{cin} au cours du choc (énergie cinétique finale du système moins énergie cinétique initiale) en fonction de m , M et de l'énergie cinétique E_0 de la particule (A) avant le choc.

Soit G le centre de masse G des deux particules (A) et (B).

2. Calculer la vitesse $\vec{v}_G$ de G dans le référentiel du laboratoire.

Nous regardons maintenant la collision dans le référentiel $\mathcal{R}_G$ solidaire au centre de masse, qui a un mouvement de translation uniforme de vitesse $\vec{v}_G$ par rapport au référentiel du laboratoire. Nous verrons dans le chapitre "Cinématique de deux référentiels un mouvement relatif" que les vitesses $\vec{v}_A^G$, $\vec{v}_B^G$ des particules (A) et (B) dans le référentiel du centre de masse sont données par la loi de composition des vitesses :

$$\vec{v}_A^G = \vec{v}_A - \vec{v}_G, \quad \vec{v}_B^G = \vec{v}_B - \vec{v}_G$$

(on vérifie que le centre de masse est bien immobile dans $\mathcal{R}_G$: $\vec{v}_G^G = \vec{v}_G - \vec{v}_G = 0$).

3. Calculer l'énergie cinétique de (AB) après le choc dans $\mathcal{R}_G$.
4. Calculer l'énergie cinétique E^* du système (A) + (B) avant le choc dans $\mathcal{R}_G$. L'écrire en fonction de E_0 et la comparer à ΔE_{cin} .